Universität des Saarlandes
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. A. Arnold / M. Ehrhardt

Sommersemester 2001

2. Übungsblatt zur Vorlesung "Höhere Numerik"

(Theoretische Grundlagen)

1. Aufgabe (2.5 Punkte)

Man bestimme die allgemeine Lösung des inhomogenen linearen Systems

$$\begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^x \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x \geq 0.$$

Welche spezielle Lösung genügt den Anfangsbedingungen $y_1(0) = 0.5$, $y_2(0) = 0$?

2. Aufgabe (2.5 Punkte)

Man diskutiere die Lösbarkeit des Anfangswertproblems

$$\begin{aligned} y' &= \sqrt{y}, \quad x \geq 0 \\ y(0) &= 0. \end{aligned}$$

Man gebe eine Lösung an, die zusätzlich $y(5) = 4$ erfüllt.

3. Aufgabe (3 Punkte (1+2))

Sei $D = \{(x,y) \ : \ 0 \leq x \leq 1, \ \ |y| \leq 1\}$, $f : D \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x,y) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y < 0 \\ 2x - 4\frac{y}{x} & 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y < x^2 \\ -2x & 0 \leq x \leq 1, \quad x^2 \leq y \leq 1 \end{cases}.$$

a) Zeigen Sie, daß das Anfangswertproblem

$$(*) \qquad \begin{cases} y'(x) &= f(x,y), \quad (x,y) \in D \\ y(0) &= 0 \end{cases}.$$

eine Lösung besitzt.

b) Untersuchen Sie die *Picard–Lindelöf–Iteration* zur Bestimmung einer Lösung von $(*)$ auf Konvergenz.

4. Aufgabe (2 Punkte)

Mit Hilfe der *Picard–Lindelöf–Iteration* löse man das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y' &= y \cos x, \quad x \geq 0 \\ y(0) &= 1. \end{aligned}$$

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Di, 17.4. vor der Vorlesung.