Universität des Saarlandes
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. A. Arnold / M. Ehrhardt

Sommersemester 2000

6. Übungsblatt zur Vorlesung
"Theorie und Numerik hyperbolischer Erhaltungsgleichungen"
(Numerik linearer Systeme: Numerische Diffusion und Dispersion)

1. Aufgabe:

Zeigen Sie, daß das *Lax-Wendroff-Schema*

$$U_j^{n+1} = U_j^n - \frac{k}{2h} A(U_{j+1}^n - U_{j-1}^n) + \frac{k^2}{2h^2} A^2 (U_{j+1}^n - 2U_j^n + U_{j-1}^n) \tag{1}$$

eine Approximation dritter Ordnung zu der *modifizierten Gleichung*

$$u_t + Au_x = \frac{h^2}{6} A \left(\frac{k^2}{h^2} A^2 - I \right) u_{xxx} \tag{2}$$

ist. Programmieren Sie das Schema (1) für das Problem

$$u_t(x,t) + u_x(x,t) = 0,$$
$$u(1,t) = u(-1,t) \quad \text{für } t \in [0,\infty)$$

und untersuchen Sie, was in den folgenden zwei Situationen passiert:

1. $u(x,0) = x^2/2\,(x^2/2 - 1)$, $x \in [-1,1]$ mit $k = 1/50$ und $h = 1/30$
2. $u(x,0) = 1$, $x \in [-1,0)$ und $u(x,0) = 0$, $x \in [0,1]$ mit $k = 1/200$ und $h = 1/100$.

Plotten Sie das Resultat am Zeitpunkt $T = 2$ und kommentieren Sie es in Hinblick auf (2).

2. Aufgabe:

Berechnen Sie die modifizierte Gleichung der *expliziten Euler-Methode*

$$U_j^{n+1} = U_j^n - \frac{k}{2h} A(U_{j+1}^n - U_{j-1}^n).$$

Erklären Sie, weshalb diese Methode für alle k/h instabil sein wird.