

**7. Übungsblatt zur Vorlesung**  
**“Theorie und Numerik hyperbolischer Erhaltungsgleichungen”**  
(Konservative Verfahren: Konsistenz)

**1. Aufgabe:**

Zeigen Sie, daß das *modifizierte Upwind-Schema*

$$U_j^{n+1} = U_j^n - \frac{k}{h} U_j^n (U_j^n - U_{j-1}^n) \quad (1)$$

zum Lösen der Burgers Gleichung in der quasilinearen Form

$$u_t + uu_x = 0 \quad (2)$$

(unter der Annahme  $u(x, t) \geq 0$  für alle  $x, t$ ) konsistent ist zu den beiden Gleichungen

$$u_t + \left(\frac{1}{2}u^2\right)_x = 0, \quad (3)$$

$$(u^2)_t + \left(\frac{2}{3}u^3\right)_x = 0, \quad (4)$$

die jedoch andere Schockgeschwindigkeiten besitzen.

**2. Aufgabe:**

Überprüfen Sie, daß der *Lax-Friedrichs-Fluß*

$$F(U_j^n, U_{j+1}^n) = \frac{h}{2k} (U_j^n - U_{j+1}^n) + \frac{1}{2} (f(U_j^n) + f(U_{j+1}^n)) \quad (5)$$

konsistent ist (inklusive der Lipschitz-Stetigkeit).