Universität des Saarlandes
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. A. Arnold / M. Ehrhardt

Sommersemester 2000

4. Übungsblatt zur Vorlesung
"Theorie und Numerik hyperbolischer Erhaltungsgleichungen"

(Nichtlineare Systeme: Verdünnungswellen und Integralkurven)

1. Aufgabe:

Leiten Sie die folgenden Ausdrücke

$$\rho(\xi) = \rho_l \, e^{(\xi-\xi_1)/a}, \tag{1}$$
$$m(\xi) = \rho_l(\xi - a) \, e^{(\xi-\xi_1)/a}, \tag{2}$$

also

$$m(\rho) = \rho m_l/\rho_l + a\rho \log(\rho/\rho_l) \tag{3}$$

für 2-Verdünnungswellen im u-Raum der *isothermen Eulergleichungen*

$$\begin{pmatrix} \rho \\ m \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} m \\ m^2/\rho + a^2\rho \end{pmatrix}_x = 0. \tag{4}$$

her. Benutzen Sie dazu

$$r_2(u) = \begin{pmatrix} 1 \\ m/\rho + a \end{pmatrix}, \qquad \nabla_u \lambda_2(u) \cdot r_2(u) = a/\rho. \tag{5}$$

2. Aufgabe:

Überprüfen Sie anhand von (3), daß $m'(\rho_l) = \lambda_2(u_l)$ gilt und erklären Sie, warum dies so sein muß.