Universität des Saarlandes
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Dr. M. Ehrhardt

Wintersemester 2001/2002

14. Übungsblatt zur Vorlesung "Numerik partieller Differentialgleichungen"
(Fundamentallösung, Darstellungsformel)

1. Aufgabe (3 Punkte)

Bestimmen Sie die *Fundamentallösung* u^* des Laplace–Operators im $\mathbb{R}^2$, indem Sie benutzen, daß die Delta–Distribution δ radialsymmetrisch ist.
Hinweis: 1. Übung, 2. Aufgabe

2. Aufgabe (2 Punkte)

Leiten Sie die *Darstellungsformel*

$$\frac{\partial u}{\partial y}(y) = \frac{1}{2}v_1 + \frac{1}{2}v_0 + \frac{1}{2}\int_0^y f(x)\,dx - \frac{1}{2}\int_y^1 f(x)\,dx$$

für die Ableitung der Lösung der 1D–Modellaufgabe aus Kapitel 8.2 her.

3. Aufgabe (5 Punkte (2+1+2))

Verifizieren Sie die in Kapitel 8.4 benutzten Eigenschaften:

a)

$$\begin{aligned}\tilde{u} &= \varepsilon\big(\nabla_x u(y), e(\varphi)\big) + \mathrm{O}(\varepsilon^2)\\ \tilde{v} &= -\frac{1}{2\pi\varepsilon}\big(e(\varphi), n_y\big)\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial n_x} &= -\frac{\partial \tilde{u}}{\partial \varepsilon} = -\big(\nabla_x u(y), e(\varphi)\big) + \mathrm{O}(\varepsilon)\\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial n_x} &= -\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \varepsilon} = -\frac{1}{2\pi\varepsilon^2}\big(e(\varphi), n_y\big)\end{aligned}$$

c)

$$\int_0^\pi \big(a, e(\varphi)\big)\big(b, e(\varphi)\big)\,d\varphi = \frac{\pi}{2}\big(a, b\big), \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^2.$$

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Di, 19.02. **vor** der Vorlesung.