Universität des Saarlandes | Wintersemester 2001/2002
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Dr. M. Ehrhardt

3. Übungsblatt zur Vorlesung "Numerik partieller Differentialgleichungen"
(ℓ^2–Stabilität im von Neumannschen Sinne)

1. Aufgabe (2 Punkte)

Führen Sie die Stabilitätsuntersuchung des θ–Schemas aus der Vorlesung mithilfe der *formalen Fourier–Stabilitätstechnik* nach von Neumann durch.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Zur Lösung der Wärmeleitungsgleichung

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx}, \qquad 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0,t) &= u(1,t) = 0 \end{aligned}$$

führt die Diskretisierung $D_t^0 u_j^n = D_x^2 u_j^n$ auf das folgende *explizite 3-Level Schema*

$$u_j^{n+1} = u_j^{n-1} + 2\gamma\,(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n) - 4\gamma\, u_j^n,$$

wobei $\gamma = k/h^2$ das parabolische Schrittweitenverhältnis bezeichnet. Bestimmen Sie die Konsistenzordnung dieses Verfahrens. Ist dieses Verfahren ℓ^2–stabil (im von Neumannschen Sinne)?

3. Aufgabe (4 Punkte)

Eine Modifikation des Verfahrens aus der 1. Aufgabe zur Lösung der Wärmeleitungsgleichung führt auf das Schema

$$u_j^{n+1} = u_j^{n-1} + 2\gamma\,(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n - u_j^{n+1} - u_j^{n-1}).$$

Untersuchen Sie die ℓ^2–Stabilitätseigenschaften und die Konsistenzordnung dieses Verfahrens.

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Di, 13.11. **vor** der Vorlesung.