

**11. Übungsblatt zur Vorlesung “Praktische Mathematik”**  
(klass. Polynom–Interpolation, dividierte Differenzen, Hermite–Interpolation)

**1. Aufgabe** (2 Punkte)

Durch eine ungenaue Übertragung der Funktionswerte eines quadratischen Polynoms hat sich in die folgende Wertetabelle ein Fehler eingeschlichen:

$x_k$	−2	−1	0	1	2
$f(x_k)$	10	3	0	2	6

Es ist bekannt, daß genau ein Wert falsch übermittelt wurde. Formulieren Sie eine Strategie, wie man den falschen Wert mit möglichst geringem Aufwand auffinden kann und korrigieren Sie die Tabelle.

**2. Aufgabe** (1.5 Punkte)

In der folgenden Wertetabelle

$x_k$	1.2	1.4	2	2.6	3.1	?
$f(x_k)$	0.182	0.336	0.693	0.956	1.13	0.58

soll die fehlende Stützstelle durch Auswertung eines geeigneten Interpolationspolynoms bestimmt werden. Verwenden Sie dazu das *Schema von Neville!*

**3. Aufgabe** (3 Punkte (1+2))

Die Funktion  $f(x) = \cos x$  soll in den Punkten  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = \frac{\pi}{4}$  und  $x_2 = \frac{\pi}{2}$  durch ein quadratisches Polynom  $p \in \Pi_2$  interpoliert werden.

- Berechnen Sie  $p$  mit dem *Verfahren der dividierten Differenzen*.
- Man leite eine möglichst gute Abschätzung für den maximalen Interpolationsfehler

$$\max_{x \in [0, \frac{\pi}{2}]} |f(x) - p(x)|$$

her.

Hinweis: Satz 2 aus der Vorlesung.

#### 4. Aufgabe (1.5 Punkte)

Berechnen Sie das interpolierende *Hermite-Polynom* zu folgender Wertetabelle:

$x_k$	0	1	2	4
$f(x_k)$	1	3	9	33
$f'(x_k)$		1		
$f''(x_k)$		0		

Hinweis: Benutzen Sie dividierte Differenzen.

#### 5. Aufgabe (2 Punkte)

Zeigen Sie: Falls  $x_i \neq x_j$  ist, so gilt für  $P = P(f|x_0, \dots, x_n)$  der *Hermite-Interpolation*

$$P(x) = \frac{(x_i - x) P(f|x_0, \dots, \hat{x}_i, \dots, x_n)(x) - (x_j - x) P(f|x_0, \dots, \hat{x}_j, \dots, x_n)(x)}{x_i - x_j},$$

wobei  $\hat{\phantom{x}}$  anzeigt, daß der entsprechende Knoten wegzulassen ist und  $x_i < x_{i+2}$  für alle  $0 \leq i \leq n - 2$  gelte. Letzteres bedeutet, daß keine höheren als erste Ableitungen betrachtet werden müssen.

**Abgabe** der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Di, 23.1.01 vor der Vorlesung.