Universität des Saarlandes
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. A. Arnold / M. Ehrhardt

Wintersemester 2000/2001

11. Übungsblatt zur Vorlesung "Praktische Mathematik"

(klass. Polynom–Interpolation, dividierte Differenzen, Hermite–Interpolation)

1. Aufgabe (2 Punkte)

Durch eine ungenaue Übertragung der Funktionswerte eines quadratischen Polynoms hat sich in die folgende Wertetabelle ein Fehler eingeschlichen:

x_k	-2	-1	0	1	2
$f(x_k)$	10	3	0	2	6

.

Es ist bekannt, daß genau ein Wert falsch übermittelt wurde. Formulieren Sie eine Strategie, wie man den falschen Wert mit möglichst geringem Aufwand auffinden kann und korrigieren Sie die Tabelle.

2. Aufgabe (1.5 Punkte)

In der folgenden Wertetabelle

x_k	1.2	1.4	2	2.6	3.1	?
$f(x_k)$	0.182	0.336	0.693	0.956	1.13	0.58

soll die fehlende Stützstelle durch Auswertung eines geeigneten Interpolationspolynoms bestimmt werden. Verwenden Sie dazu das *Schema von Neville*!

3. Aufgabe (3 Punkte (1+2))

Die Funktion $f(x) = \cos x$ soll in den Punkten $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{\pi}{4}$ und $x_2 = \frac{\pi}{2}$ durch ein quadratisches Polynom $p \in \Pi_2$ interpoliert werden.

a) Berechnen Sie p mit dem *Verfahren der dividierten Differenzen.*

b) Man leite eine möglichst gute Abschätzung für den maximalen Interpolationsfehler

$$\max_{x \in [0, \frac{\pi}{2}]} |f(x) - p(x)|$$

her.

Hinweis: Satz 2 aus der Vorlesung.

4. Aufgabe (1.5 Punkte)

Berechnen Sie das interpolierende *Hermite–Polynom* zu folgender Wertetabelle:

x_k	0	1	2	4
$f(x_k)$	1	3	9	33
$f'(x_k)$		1		
$f''(x_k)$		0		

.

Hinweis: Benutzen Sie dividierte Differenzen.

5. Aufgabe (2 Punkte)

Zeigen Sie: Falls $x_i \neq x_j$ ist, so gilt für $P = P(f|x_0, \ldots, x_n)$ der *Hermite–Interpolation*

$$P(x) = \frac{(x_i - x)\, P(f|x_0, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_n)(x) - (x_j - x)\, P(f|x_0, \ldots, \widehat{x_j}, \ldots, x_n)(x)}{x_i - x_j} ,$$

wobei $\widehat{\ }$ anzeigt, daß der entsprechende Knoten wegzulassen ist und $x_i < x_{i+2}$ für alle $0 \leq i \leq n-2$ gelte. Letzteres bedeutet, daß keine höheren als erste Ableitungen betrachtet werden müssen.

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Di, 23.1.01 vor der Vorlesung.