

**5. Übungsblatt zur Vorlesung**  
**“Theorie und Numerik hyperbolischer Erhaltungsgleichungen”**  
(Numerik linearer Systeme: Stabilität und CFL-Bedingung)

**1. Aufgabe** (10 Punkte)

Programmieren Sie das *Lax-Friedrichs-Schema* angewandt auf das periodische Anfangsrandwertproblem

$$\begin{aligned}u_t(x, t) + u_x(x, t) &= 0, \\u(x, 0) &= \frac{x^2}{2} \left( \frac{x^2}{2} - 1 \right) \quad \text{für } x \in [-1, 1], \\u(1, t) &= u(-1, t) \quad \text{für } t \in [0, \infty).\end{aligned} \tag{*}$$

Untersuchen Sie, was passiert, wenn die *CFL-Bedingung* (wie lautet sie?) verletzt ist. Plotten Sie hierzu die Anfangsverteilung, die Lösung zu den Zeitpunkten  $T = 2, 4, \dots$ , wenn  $\Delta t < \Delta x$  bzw.  $\Delta t = \Delta x$  gewählt wird, sowie die Lösung zum Zeitpunkt  $T = 4$ , wenn man  $\Delta t = 1/50$  und  $\Delta x = 1/55$  wählt.

Kommentieren Sie das Ergebnis.

**Abgabe** der Lösungen zu der Aufgabe am Di, 21.5. **vor** der Vorlesung.