Universität des Saarlandes | Sommersemester 2002
Fachrichtung 6.1 – Mathematik
Dr. M. Ehrhardt

8. Übungsblatt zur Vorlesung
"Theorie und Numerik hyperbolischer Erhaltungsgleichungen"
(Konservative Verfahren: Approximative Riemann–Löser)

1. Aufgabe (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß das *Lax-Wendroff–Verfahren* zur Lösung von $u_t+au_x=0$ hergeleitet werden kann, indem man $u(x_j-ak,t_n)$ mittels quadratischer Interpolation an den Punkten U^n_{j-1}, U^n_j, U^n_{j+1} approximiert. Benutzen Sie diese Interpretation, um zu erklären, warum Oszillationen an einer Unstetigkeitsstelle beim Lax-Wendroff–Verfahren, aber nicht beim Upwind oder Lax-Friedrichs auftreten.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Überprüfen Sie, daß bei der numerischen Berechnung der approximativen Riemann–Lösung $\hat{w}(x/t)$ betrachtet als *exakte* Riemann–Lösung einer *modifizierten Erhaltungsgleichung* $\hat{u}_t+\hat{f}(\hat{u})_x=0$ die resultierende *numerische Flußfunktion* gegeben ist durch

$$F(u_l,u_r)=\hat{f}(\hat{w}(0))+f(u_r)-\hat{f}(u_r).$$

3. Aufgabe (3 Punkte)

Bestimmen Sie eine *Roe–Matrix* für die *Flachwasserwellengleichung*

$$\begin{pmatrix} v \\ \varphi \end{pmatrix}_t+\begin{pmatrix} v^2/2+\varphi \\ v\varphi \end{pmatrix}_x=0.$$

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Di, 11.6. **vor** der Vorlesung.