Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Dr. M. Ehrhardt

Wintersemester 04/05

11. Übungsblatt zur Vorlesung "Asymptotische Analysis"

(Langsam variierende Koeffizienten und erzwungene Bewegung nahe Resonanz)

1. Aufgabe (10 Punkte (4+3+3))

Betrachten Sie den *langsam variierenden ungedämpften Oszillator* aus der Vorlesung:

$$y'' + k^2(\varepsilon t)y = 0, \text{ für } t > 0, \text{ wobei } y(0) = a,\ y'(0) = b.$$

a) Man entwickle $k(\varepsilon t)$ mit Hilfe des Satzes von Taylor (für ε klein) und wende dann eine Standard-Mehrskalentransformation: $t_1 = t$, $t_2 = \varepsilon^\alpha t$ an. Wie verhält sich der erste Term im Vergleich zu

$$y \sim \frac{1}{\sqrt{k(\varepsilon t)}} \left(\alpha_0 \sin\Big(\int_0^t k(\varepsilon\tau)\, d\tau \Big) \beta_0 \cos\Big(\int_0^t k(\varepsilon\tau)\, d\tau \Big) \right) \quad ? \qquad (*)$$

Für welches Zeitintervall gilt diese Entwicklung?

b) Zeigen Sie, daß die *schnelle Zeitskala*

$$f(t,\varepsilon) = \int_0^t k(\varepsilon\tau)\, d\tau$$

die folgenden Bedingungen erfüllt.

(i) $f(t,\varepsilon)$ ist positiv und wächst mit t,

(ii) $\varepsilon t << f$ für $\varepsilon \downarrow 0$,

(iii) $f(t,\varepsilon)$ ist glatt.

Ist es nötig, daß $f(0,\varepsilon) = 0$ gilt?

c) Ändert sich (*), wenn man anstatt von $t_2 = \varepsilon t$ die Zeitskala $t_2 = \varepsilon t_1$ nimmt?

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Do, 27.1. **vor** der Vorlesung.