

**7. Übungsblatt zur Vorlesung “Asymptotische Analysis”**  
(Zusammengesetzte asymptotische Entwicklungen)

**1. Aufgabe** (2 Punkte)

Ein Modellproblem (Friedrichs, 1942) für eine Grenzschicht in einem viskosen Fluid lautet

$$\varepsilon y'' = a - y', \text{ für } 0 < x < 1,$$

wobei  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$  und  $a$  eine gegebene positive Konstante ist. Bestimmen Sie den ersten Term der inneren und äußeren Entwicklung und leiten Sie eine *zusammengesetzte Entwicklung* der Lösung dieses Problems her.

**2. Aufgabe** (8 Punkte (2+2+2+2))

Finden Sie die *zusammengesetzte Entwicklung* der Lösung der folgenden Probleme:

- a)  $\varepsilon y'' + 2y' + y^3 = 0$ , für  $0 < x < 1$ , wobei  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1/2$ .
- b)  $\varepsilon y'' = f(x) - y'$ , für  $0 < x < 1$ , wobei  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $f$  stetig.
- c)  $\varepsilon y'' + (1 + 2x)y' - 2y = 0$ , für  $0 < x < 1$ , wobei  $y(0) = \varepsilon$ ,  $y(1) = \sin(\varepsilon)$ .
- d)  $\varepsilon y'' + y(y' + 3) = 0$ , für  $0 < x < 1$ , wobei  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ .

**Abgabe** der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Do, 16.12. **vor** der Vorlesung.