Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Dr. M. Ehrhardt

Wintersemester 04/05

## 12. Übungsblatt zur Vorlesung "Asymptotische Analysis"

(Grenzschichten und Differenzengleichungen)

**1. Aufgabe** (10 Punkte (4+4+2))

Betrachten Sie das Randwertproblem

$$\varepsilon y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x), \text{ für } 0 < x < 1, \text{ wobei } y(0) = \alpha \text{ und } y(1) = \beta.$$

Hierbei seien $p(x)$, $q(x)$ und $f(x)$ glatt und $p(x) > 0$ für $0 \leq x \leq 1$.

a) Konstruieren Sie eine Entwicklung der Lösung mit Hilfe der zusammengesetzten asymptotischen Entwicklungen.

b) Sei

$$x_1 = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^x p(s)\, ds$$

und $x_2 = x$. Bestimmen Sie eine *1-Term Mehrskalen–Approximation.*

c) Diskutieren Sie die Unterschiede zwischen Ihren Ergebnissen aus Teil a) und b). Kommentieren Sie den Spezialfall, wenn $p(x)$ und $q(x)$ konstant sind.

**2. Aufgabe** (praktische Aufgabe) (5 Punkte)

Bestimmen Sie numerisch eine Lösung zu dem *Einführungsbeispiel* aus Abschnitt 2.1:

$$\varepsilon y'' + 2y' + 2y = 0, \text{ für } 0 < x < 1, \text{ wobei } y(0) = 0 \text{ und } y(1) = 1.$$

Vergleichen Sie dabei Ihre numerische Lösung mit der *exakten Lösung*

$$y(x) = \frac{e^{r_+ x} - e^{r_- x}}{e^{r_+} - e^{r_-}} \text{ mit } \varepsilon r_\pm = -1 \pm \sqrt{1 - 2\varepsilon}.$$

Bei der Wahl des Verfahrens haben Sie die Wahl zwischen der MATLAB–Routine `bvp4c`, der Scilab–Routine `bvode` und dem Programmpaket `SBVP 1.0` (basierend auf MATLAB).

**Abgabe** der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Do, 3.2. **vor** der Vorlesung.
**Abgabe** der Lösungen zu den praktischen Aufgaben am Do, 10.2. **vor** der Vorlesung.