

**11. Übungsblatt zur VL “Numerik für Informatiker”**  
(Numerische Integration I)

**1. Aufgabe** (7 Punkte)

Approximieren Sie  $\int_1^3 \sin(\frac{x}{2})dx$  mittels

- Mittelpunkt-, Trapez- und Simpsonregel,
- summierte Mittelpunkt-, summierte Trapezregel mit  $n = 4$  Teilintervallen.
- Berechnen Sie Fehlerabschätzungen für alle 5 Ergebnisse. (Dabei darf  $\max_{x \in [a,b]} |\sin(x)| \leq 1$  benutzt werden.)
- Berechnen Sie das exakte Ergebnis.

**2. Aufgabe** (7 Punkte)

Bestimmen Sie die Fehlerordnung der

- Rechteckregel,
- Simpsonregel,
- $Q_2f := \frac{b-a}{2} f\left(\frac{a}{2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \frac{b}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right) + \frac{b-a}{2} f\left(\frac{a}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \frac{b}{2}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$ .

**3. Aufgabe** (4 Punkte)

Transformieren Sie die Quadraturformel  $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx N_2f = f(-\frac{1}{3}) + f(\frac{1}{3})$  auf das allgemeine Intervall  $[a, b]$ .

**4. Aufgabe** (2 Punkte)

Wahr oder falsch (ohne Begründung; Antwort richtig: 0.5 Punkte, falsch: -0.5 Punkte)

- Halbiert man die Schrittweite der summierten Trapezregel, so halbiert sich auch der dominante Teil des Fehlers.
- Halbiert man die Schrittweite der summierten Rechteckregel, so viertelt sich der dominante Teil des Fehlers.
- Halbiert man die Schrittweite der summierten Simpsonregel, so achtelt sich der dominante Teil des Fehlers.
- Die summierte Trapezregel benötigt doppelt so viele Funktionsauswertungen, wie die summierte Rechteckregel ( $n \geq 2$ ).

**Abgabe** - in der Vorlesung am 25. Januar oder

- vorher im Briefkasten zwischen den Räumen MA470, MA471

**Besprechung** im Tutorium am 28. Januar