

13. Übungsblatt zur VL “Numerik für Informatiker”
(Anfangswertprobleme gewöhnlicher Differentialgleichungen I)

1. Aufgabe (6 Punkte)

- a) Zeichnen Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichung $y'(t) = \frac{1}{10}ty(t)$ im Gebiet $-5 \leq t \leq 5, -5 \leq y \leq 5$.
- b) Skizzieren Sie den Verlauf der Lösungen für die Anfangswerte $y(-5) = 5, y(-5) = -5, y(-1) = 1$ und $y(0) = 0$ im Richtungsfeld.

2. Aufgabe (7 Punkte)

Es soll die Lösung der Differentialgleichung $y'(t) = \frac{t}{y(t)}$ approximiert werden.

- a) Weisen Sie nach, dass eine exakte Lösung durch $y(t) = \sqrt{t^2 + c}$ gegeben ist, wobei c ein Parameter ist.
- b) Bestimmen Sie c so, dass $y(-1) = 2$ gilt.
- c) Benutzen Sie das Eulerverfahren, um die Lösung im Intervall $t \in [-1, 1]$ zu approximieren mit den Schrittweiten $h = 2, 1, \frac{1}{2}$.
- d) Bestimmen Sie den lokalen und den globalen Fehler der Approximation für $h = 1$ an der Stelle $t = 2$.

3. Aufgabe (6 Punkte)

Benutzen Sie das Euler-, das Heun- und das Mittelpunktverfahren mit Schrittweite $h = \frac{1}{2}$, um die Lösung des Anfangswertproblems $y = t^2 + \frac{1}{5}y(t), y(-2) = 0$ im Intervall $t \in [-2, 2]$ zu approximieren.

4. Aufgabe (2 Punkte)

Wahr oder falsch (ohne Begründung; Antwort richtig: 0.5 Punkte, falsch: -0.5 Punkte)

- a) Im Richtungsfeld können keine Pfeile nach links vorkommen.
- b) Grundidee vieler numerischer Verfahren ist es, dem Richtungsfeld möglichst genau zu folgen.
- c) Der globale Fehler ist die Summe der lokalen Fehler aller Zeitschritte.
- d) Der lokale Fehler fällt um eine h -Potenz niedriger aus als der globale Fehler.

Abgabe - in der Vorlesung am 8. Februar oder
- vorher im Briefkasten zwischen den Räumen MA470, MA471
Besprechung im Tutorium am 11. Februar