Technische Universität Berlin
Fakultät II; Institut für Mathematik
PD Matthias Ehrhardt/C. Schröder

Wintersemester 2007/2008

21.02.2008

Klausur zur LV Numerik für Informatiker

BITTE DIESE FELDER IN DRUCKSCHRIFT AUSFÜLLEN:

Name:		Vorname:	
Matrikel-Nr.:		Studiengang:	

Mit der Veröffentlichung des Ergebnisses meiner Klausur (Matrikel-Nr., Punktzahl und Note) auf der Webseite zur Veranstaltung bin ich

☐ einverstanden.

☐ nicht einverstanden.

Bitte ankreuzen!

WICHTIGE HINWEISE:

- Dieses Deckblatt ist vollständig ausgefüllt und unterschrieben zusammen mit den Lösungen abzugeben. Lösungen ohne Deckblatt oder nur mit teilweise ausgefülltem Deckblatt werden **NICHT** berücksichtigt.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen:
  - Ein DinA4-Zettel.
  - Ein nicht-programmierbarer Taschenrechner.
- **Nicht** zugelassen ist die Benutzung eines Laptops oder eines Handys! Also **Handys AUS ! ! !**
- Mit **Bleistift** geschriebene Klausuren werden **nicht** gewertet!
- Das Ergebnis jeder (Teil-)Aufgabe ist **deutlich** zu notieren. Abzugeben sind die Lösungen **mit** allen benötigten Nebenrechnungen und Herleitungen in **Reinschrift**! Unleserliche Rechnungen werden **nicht** gewertet.
- Bei **jedem** Täuschungsversuch gilt die Klausur als nicht bestanden!
- Bitte den Studierendenausweis und einen amtlichen Lichtbildausweis bereit halten!
- Die Ergebnisse der Klausur und der Termin zur Klausureinsicht werden auf der Webseite zur Veranstaltung bekanntgegeben.
- Das Lösen der Zusatzaufgabe ist freiwillig. Sie kann zusätzlich oder statt einer der anderen Aufgabe gelöst werden.
- Für die Bearbeitung der Klausur haben Sie **90 Minuten** Zeit.

Ich bestätige, dass alle von mir gemachten Angaben der Wahrheit entsprechen und ich obige Hinweise verstanden und akzeptiert habe.

Unterschrift: ....

Diese Felder NICHT ausfüllen:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Z	Summe	Note
Punkte										
Korrektor										

Aufgabe 1 (7+4 Punkte)

a) Berechnen Sie die LR-Zerlegung mit Spaltenpivotisierung der Matrix $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 7 \\ 4 & -4 & 2 \\ 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$.

b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $\tilde{A}x = b$ wobei $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 13 \end{bmatrix}$ und $\tilde{A} = CC^T$ mit $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Aufgabe 2 (4+7 Punkte)

a) Es soll die Funktion der Form $f_{\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3}(x) = \lambda_1 x^2 + \lambda_2\sqrt{x+1} + \lambda_3 2^x$ bestimmt werden, die die Wertepaare

x_i	-1	0	3	8
y_i	3.5	-4	20	-9

am besten im Sinne der Summe der kleinsten Fehlerquadrate approximiert. Bestimmen Sie dazu Matrix A und rechte Seite b eines linearen Ausgleichsproblems, das $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ als Lösung hat.
(*Achtung*: Nach der eigentlichen Lösung ist hier nicht gefragt.)

b) Bestimmen Sie den Dreiecksfaktor R der QR-Zerlegung der Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ mittels Householdertransformationen.

Aufgabe 3 (4+2 Punkte)

Die Funktion $f(x) = \frac{1}{x+1}$ soll an der Stelle $x^* = 0$ numerisch abgeleitet werden.
a) Bestimmen Sie den vorwärts gerichteten Differenzenquotienten $D_1 f(x^*, h)$, sowie den zentralen Differenzenquotienten $D_2 f(x^*, h)$, jeweils für $h = \frac{1}{5}$ und $h = \frac{1}{10}$.
b) Verbessern Sie die Genauigkeit von $D_1 f(x^*, h)$ mittels h-Extrapolation.

Aufgabe 4 (5+3 Punkte)

Die Funktion $f(x) = \frac{1}{x+1}$ soll im Intervall $[1; 3]$ numerisch integriert werden.
a) Bestimmen Sie den gesuchten Wert mit der (unsummierten) Simpsonregel und mit der summierten Rechteckregel mit $n = 2$ Teilintervallen.
b) Geben Sie eine Fehlerschranke für das in a) errechnete Ergebnis der summierten Rechteckregel mit $n = 2$ an.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Bestimmen Sie die Newton-Darstellung des Interpolationspolynoms zu den Punkten $(-2, 2), (1, -4), (5, 4)$.

Aufgabe 6 (2+3 Punkte)

a) Erläutern Sie das eindimensionale Newton-Verfahren graphisch.
b) Berechnen Sie die ersten zwei Iterationen des Newton-Verfahrens angewandt auf die Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 9$ mit Startwert $x_0 = 5$.

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Konditionszahl der Matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 99 \\ 1 & 100 \end{bmatrix}$ in der ∞-Norm.

Zusatzaufgabe (4 Punkte)

Wieviele verschiedene Gleitpunktzahlen gibt es bei m-stelliger Mantisse, e-stelligem Exponenten mit je einem Vorzeichen im Dezimalsystem?