Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
PD Dr. M. Ehrhardt
Dipl.–Ing. C. Schröder

Wintersemester 07/08

1. Übungsblatt zur VL "Numerik für Informatiker"

(Rechnerarithmetik und Gleitpunktzahlen)

1. Aufgabe (3 Punkte)

Gegeben sind folgende Gleitpunktzahlen im Dualsystem $x_1 = 0.111 \cdot 2^3$, $x_2 = 0.1001 \cdot 2^{-3}$. Welche Darstellung haben diese Zahlen im Dezimalsystem?

2. Aufgabe (5 Punkte)

Wie viele verschiedene Maschinenzahlen gibt es auf einem Rechner, auf dem Gleitpunktzahlen mit 20-stelliger Mantisse, 4-stelligem Exponenten sowie dazugehörenden Vorzeichen im Dualsystem dargestellt werden?

3. Aufgabe (6 Punkte)

a) Bekanntlich gilt $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n = e$. Versuchen Sie, auf ihren Rechner näherungsweise die Zahl e zu berechnen, indem Sie verschiedene Werte zwischen 10^5 und 10^{20} für n in die Folge einsetzen. Erklären Sie Ihre Beobachtungen.
b) Es soll der Grenzwert $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}$ näherungsweise berechnet werden, indem immer kleinere Werte für x (versuchen Sie $10^{-5} \geq x \geq 10^{-20}$) eingesetzt werden. Was kann man beobachten? Warum?

4. Aufgabe (6 Punkte)

Bei der Berechnung von $s_{300} := \sum_{i=1}^{300} \frac{1}{i^2}$ mit verschiedenen Genauigkeiten und Summationsreihenfolgen erhält man

$s_{300} = 1.6416062828976228698\ldots$	bei exakter Rechnung,
$s_{141} = s_{142} = \ldots = s_{300} = 1.6390$	bei 5-stelliger Rechnung, addiert von 1 bis 300,
$s_{300} = 1.6416,$	bei 5-stelliger Rechnung, addiert von 300 bis 1,
$s_{14} = s_{15} = \ldots = s_{300} = 1.59,$	bei 3-stelliger Rechnung, addiert von 1 bis 300,
$s_{300} = 1.64,$	bei 3-stelliger Rechnung, addiert von 300 bis 1.

Bei Rechnung in kanonischer Reihenfolge (d.h. für steigendes i) erhält man also unbefriedigende Ergebnisse, während bei umgekehrter Summationsreihenfolge volle Genauigkeit erreicht wird.
a) Weisen Sie nach, daß der Summenwert bei 3- bzw. 5-stelliger Rechnung, addiert von 1 bis 300, ab s_{14} bzw. s_{141} stagniert.
b) Ab welchem Index stagniert der Summenwert bei n-stelliger Rechnung?

Abgabe - in der Vorlesung am 26. Oktober oder
- vorher im Briefkasten zwischen den Räumen MA470, MA471

Besprechung im Tutorium zwischen 29. Oktober und 2. November