Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
PD Dr. M. Ehrhardt
Dipl.–Ing. C. Schröder

Wintersemester 07/08

10. Übungsblatt zur VL "Numerik für Informatiker"

(Numerische Differentiation))

Alle Rechnungen auf diesem Blatt sollen mit 16-stelliger Genauigkeit durchgeführt werden. Es gilt $D_1 f(x,h) = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, $D_2 f(x,h) = \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2h}$.

1. Aufgabe (6 Punkte)

a) Berechnen Sie $D_1 f$ und $D_2 f$ für $f = \cos(x)$, $x = 1$ und $h = 10^{-1}, 10^{-2}, \ldots, 10^{-15}$.
b) Berechnen Sie die exakten Werte durch Auswerten der analytischen Ableitung und geben Sie die Fehler an.
c) Berechnen Sie die optimale Schrittweite h für $D_1 f(x,h)$ mit der Faustformel aus der Vorlesung.

2. Aufgabe (6 Punkte)

a) Berechne $D_1 f(x,h)$ für $f = \cos(x)$, $x = 2$, $h = 0.1,\ 0.05,\ 0.025,\ 0.0125$.
b) Verbessere die Näherung mittels h-Extrapolation bis zur Ordnung 4.

3. Aufgabe (6 Punkte)

Kombinieren Sie $D_1 f(x,h)$ und $D_1 f(x, \frac{h}{10})$ zu einer Differenzenformel der Ordnung 2.
Hinweis: Es gilt die Fehlerentwicklung $D_1 f(x,h) - f'(x) = \frac{1}{2} f''(x) h + \frac{1}{6} f'''(x) h^2 + \mathcal{O}(h^3)$.

4. Aufgabe (2 Punkte)

Wahr oder falsch (ohne Begründung; Antwort richtig: 0.5 Punkte, falsch: -0.5 Punkte)

a) Notwendig für die Differenzenformel $D_1 f(x_0,h)$ ist, daß f in x_0 stetig ist.

b) Hinreichend für die Differenzenformel $D_1 f(x_0,h)$ ist, daß f in x_0 stetig ist.

c) $D_1 f$ nennt man auch zentrale Differenzenformel.

d) Es sind mehr als 5 Funktionsauswertungen notwendig, um durch h-Extrapolation von $D_1 f$ eine Näherung der Ordnung 5 zu erhalten.

Abgabe - in der Vorlesung am 18. Januar oder
- vorher im Briefkasten zwischen den Räumen MA470, MA471

Besprechung im Tutorium am 21. Januar