Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
PD Dr. M. Ehrhardt
Dipl.–Ing. C. Schröder

Wintersemester 07/08

11. Übungsblatt zur VL "Numerik für Informatiker"

(Numerische Integration I)

1. Aufgabe (7 Punkte)

Approximieren Sie $\int_1^3 \sin(\frac{x}{2})\mathrm{d}x$ mittels
a) Mittelpunkt-, Trapez- und Simpsonregel,
b) summierte Mittelpunkt-, summierte Trapezregel mit $n = 4$ Teilintervallen.
c) Berechnen Sie Fehlerabschätzungen für alle 5 Ergebnisse. (Dabei darf $\max_{x\in[a,b]} |\sin(x)| \leq 1$ benutzt wereden.)
d) Berechnen Sie das exakte Ergebnis.

2. Aufgabe (7 Punkte)

Bestimmen Sie die Fehlerordnung der
a) Rechteckregel,
b) Simpsonregel,
c) $Q_2 f := \frac{b-a}{2} f\left(\frac{a}{2}(1+\frac{1}{\sqrt{3}}) + \frac{b}{2}(1-\frac{1}{\sqrt{3}})\right) + \frac{b-a}{2} f\left(\frac{a}{2}(1-\frac{1}{\sqrt{3}}) + \frac{b}{2}(1+\frac{1}{\sqrt{3}})\right)$.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Transformieren Sie die Quadraturformel $\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x \approx N_2 f = f(-\frac{1}{3}) + f(\frac{1}{3})$ auf das allgemeine Intervall $[a, b]$.

4. Aufgabe (2 Punkte)

Wahr oder falsch (ohne Begründung; Antwort richtig: 0.5 Punkte, falsch: -0.5 Punkte)

a) Halbiert man die Schrittweite der summierten Trapezregel, so halbiert sich auch der dominante Teil des Fehlers.

b) Halbiert man die Schrittweite der summierten Rechteckregel, so viertelt sich der dominante Teil des Fehlers.

c) Halbiert man die Schrittweite der summierten Simpsonregel, so achtelt sich der dominante Teil des Fehlers.

d) Die summierte Trapezregel benötigt doppelt so viele Funktionsauswertungen, wie die summierte Rechteckregel ($n \geq 2$).

Abgabe - in der Vorlesung am 25. Januar oder
- vorher im Briefkasten zwischen den Räumen MA470, MA471

Besprechung im Tutorium am 28. Januar