Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
PD Dr. M. Ehrhardt
Dipl.–Ing. C. Schröder

Wintersemester 07/08

13. Übungsblatt zur VL "Numerik für Informatiker"
(Anfangswertprobleme gewöhnlicher Differentialgleichungen I)

1. Aufgabe (6 Punkte)

a) Zeichnen Sie das Richtungsfeld der Differentialgleichung $y'(t) = \frac{1}{10}ty(t)$ im Gebiet $-5 \leq t \leq 5$, $-5 \leq y \leq 5$.
b) Skizzieren Sie den Verlauf der Lösungen für die Anfangswerte $y(-5) = 5$, $y(-5) = -5$, $y(-1) = 1$ und $y(0) = 0$ im Richtungsfeld.

2. Aufgabe (7 Punkte)

Es soll die Lösung der Differentialgleichung $y'(t) = \frac{t}{y(t)}$ approximiert werden.
a) Weisen Sie nach, dass eine exakte Lösung durch $y(t) = \sqrt{t^2 + c}$ gegeben ist, wobei c ein Parameter ist.
b) Bestimmen Sie c so, dass $y(-1) = 2$ gilt.
c) Benutzen Sie das Eulerverfahren, um die Lösung im Intervall $t \in [-1, 1]$ zu approximieren mit den Schrittweiten $h = 2, 1, \frac{1}{2}$.
d) Bestimmen Sie den lokalen und den globalen Fehler der Approximation für $h = 1$ an der Stelle $t = 2$.

3. Aufgabe (6 Punkte)

Benutzen Sie das Euler-, das Heun- und das Mittelpunktverfahren mit Schrittweite $h = \frac{1}{2}$, um die Lösung des Anfangswertproblems $y = t^2 + \frac{1}{5}y(t)$, $y(-2) = 0$ im Intervall $t \in [-2, 2]$ zu approximieren.

4. Aufgabe (2 Punkte)

Wahr oder falsch (ohne Begründung; Antwort richtig: 0.5 Punkte, falsch: -0.5 Punkte)

a) Im Richtungsfeld können keine Pfeile nach links vorkommen.
b) Grundidee vieler numerischer Verfahren ist es, dem Richtungsfeld möglichst genau zu folgen.
c) Der globale Fehler ist die Summe der lokalen Fehler aller Zeitschritte.
d) Der lokale Fehler fällt um eine h-Potenz niedriger aus als der globale Fehler.

Abgabe - in der Vorlesung am 8. Februar oder
- vorher im Briefkasten zwischen den Räumen MA470, MA471

Besprechung im Tutorium am 11. Februar