Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
PD Dr. M. Ehrhardt
Dipl.–Ing. C. Schröder

Wintersemester 07/08

2. Übungsblatt zur VL "Numerik für Informatiker"

(Fehlerrechnung, Kondition und Stabilität)

1. Aufgabe (4 Punkte)

Sie wollen die Funktion $f(x) = \sin(x) + 6x^2$ an einer Ihnen unbekannten Stelle $x \in [a, b] = [1, 2]$ auswerten. Dazu wollen Sie einen Näherungwert $\tilde{x} \in [a, b]$ benutzen.
a) Wie groß darf der absolute Fehler von $\tilde{x}$ maximal sein, damit der absolute Fehler von $f(\tilde{x})$ höchstens $e_{abs} = 3$ ist?
b) Wie groß darf der relative Fehler von $\tilde{x}$ maximal sein, damit der relative Fehler von $f(\tilde{x})$ höchstens $e_{rel} = 0.1$ ist?

2. Aufgabe (5 Punkte)

Berechnen Sie mit Ihrem Taschenrechner den Ausdruck (das exakte Ergebnis ist 1)

$$x := 4 \cdot 2378^4 - 3363^4 + 2 \cdot 3363^2.$$

a) Erklären Sie, warum Sie ein anderes Ergebnis erhalten. Schätzen Sie die Ziffernzahl der in x auftretenden Ausdrücke und daraus den Rundungsfehler. Berücksichtigen Sie dabei die Stellenzahl ihres Taschenrechners und untersuchen Sie die Fortpflanzung des Rundungsfehlers.
b) Schreiben Sie den Ausdruck unter Benutzung der binomischen Formeln so um, dass eine Auswertung auch mit Ihrem Taschenrechner das exakte Ergebnis liefert.

3. Aufgabe (6 Punkte)

Betrachten Sie Aufgabe 1 nocheinmal. Diesmal für
$f(x) = \frac{2 \cdot \ln(x)}{1+x^2}$, $a = \frac{1}{3}$, $b = 2$, $e_{abs} = 10^{-2}$ und $e_{rel} = 0.01$.

4. Aufgabe (5 Punkte)

Wahr oder falsch?
a) Man sollte bei einer Summe immer die kleineren Summanden zuerst addieren, da dabei die Rechengeschwindigkeit schneller ist.
b) Zwei Näherungen an denselben exakten Wert mit demselben absoluten Fehler sind immer identisch.
c) Zwei Näherungen an denselben exakten Wert mit demselben absoluten Fehler sind gleich weit vom exakten Wert entfernt.
d) Der absolute Fehler einer Näherung ist immer größer oder gleich ihrem relativen Fehler.
e) Der absolute Fehler einer Näherung ist immer kleiner oder gleich ihrem relativen Fehler.

Abgabe - in der Vorlesung am 2. November oder
- vorher im Briefkasten zwischen den Räumen MA470, MA471

Besprechung im Tutorium am 5. November