

1. Übungsblatt zur Vorlesung “Numerik partieller Differentialgleichungen”
(Typeneinteilung, Variablentransformation)

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Mo, 27.4. **vor** der Übung.

1. Aufgabe (4 Punkte (2+2))

a) Klassifizieren Sie die partiellen Differentialgleichungen für $u: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 4u_{yz} + 5u_{zz} + u_x + u_y &= 0 \\ e^z u_{xy} - u_{xx} &= \log(x^2 + y^2 + z^2)\end{aligned}$$

gemäß den Konventionen aus Kapitel 1.2 der Vorlesung.

b) Klassifizieren Sie ebenso die partiellen Differentialgleichungen für $u: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$\begin{aligned}u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} + 3u_x - u_y + 2u &= 0 \\ a u_{xx} + 2a u_{xy} + a u_{yy} + b u_x + c u_y + u &= 0.\end{aligned}$$

2. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß der Laplace-Operator in Polarkoordinaten die folgende Gestalt hat:

$$\Delta u = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}.$$

3. Aufgabe (2 Punkte)

Man bestimme die Bereiche der (x, y) -Ebene, in denen die Gleichung

$$(1 + x) u_{xx} + 2xy u_{xy} + y^2 u_{yy} + u_x = 0$$

elliptisch, hyperbolisch oder parabolisch ist. Zeichne diese.