
Chaos in Liebesaffären – und ihre nichtlineare Modellierung

Ein Vortrag im Zuge des Modellierungsseminars von Dr. Ehrhardt an der TU Berlin im WS 2007/08

Vorgetragen am 7. Dezember 2007 von
Mai Huong Nguyen und Dirk Klindworth

- I. Wiederholung**
- II. Das nichtlineare Modell**
 - II.1 Nichtlineare Reaktionsfunktion
 - II.2 Gewichtung der Parameter
- III. Numerische Lösung im Phasenraum**
- IV. Ausblick**

Mit Hilfe von Rinaldis Modell lassen sich die Gefühle von Laura und Petrarca mit drei Differentialgleichungen modellieren

- Lauras Gefühle für Petrarca werden mit der Variablen $L(t)$ beschrieben

- $L(t) > 0$: Freundschaft, Zuneigung, $L(t) < 0$: Feindschaft, Kälte
- $R_L(P)$ beschreibt Lauras Reaktion auf Petrarcas Gefühle
- A_p beschreibt Lauras Reaktion auf Petrarcas Anziehungskraft

→ Erste DGL:
$$\frac{dL(t)}{dt} = -a_1 L(t) + R_L(P(t)) + b_1 A_p$$

- Petrarcas Zustand wird durch zwei Variablen beschrieben, der Gefühle für Laura $P(t)$ und der dichterischen Inspiration $Z(t)$

- $P(t) > 0$: Liebe, $P(t) < 0$: Verzweiflung
- $R_p(P)$ beschreibt Petrarcas Reaktion auf Lauras Gefühle
- A_L beschreibt Petrarcas Reaktion auf Lauras Anziehungskraft

→ Zweite DGL:
$$\frac{dP(t)}{dt} = -a_2 P(t) + R_p(L(t)) + b_2 \frac{A_L}{1 + \delta \cdot Z(t)}$$

→ Dritte DGL:
$$\frac{dZ(t)}{dt} = -a_3 Z(t) + b_3 P(t)$$

Petrarcas Reaktion auf Lauras Gefühle verhält sich linear, Lauras Reaktion ist nichtlinear

- **Lineare Reaktion:** Wenn man geliebt wird, liebt man; wenn man gehasst wird, hasst man
- **Die Reaktion von Petrarca auf Lauras Gefühle sind linear** $R_p(L) = \beta_2 \cdot L$
- **Die Reaktion von Laura auf Petrarcas Gefühle sind in diesem Sinne nichtlinear**
 - Bei geringer Zuneigung Petrarcas ($P > 0$), ist Laura zunächst geschmeichelt ($R_L > 0$)
 - Bei größerer Liebe Petrarcas ($P \gg 0$), reagiert Laura mit Abneigung ($R_L < 0$)
 - Wird Petrarcas Verzweiflung größer (i.e. Hass/ Abneigung gegenüber Laura, $P < 0$) reagiert sie mit Mitleid, also Zuneigung ($R_L > 0$)
 - **Resultat:** Lauras Reaktion lässt sich als kubische Funktion ausdrücken

$$R_L(P) = \beta_1 \cdot P \cdot \left(1 - \left(\frac{P}{\gamma} \right)^2 \right)$$

Durch Einsetzen der Reaktionsfunktionen erhält man das spezielle Rinaldische Modell zur Beschreibung der Gefühle Lauras und Petrarcas

- Die drei Differentialgleichung des Rinaldischen Modells zur Beschreibung der Gefühle sind somit

- Lauras Gefühle:

$$\frac{dL(t)}{dt} = -\alpha_1 L(t) + \beta_1 \left[P(t) \cdot \left(1 - \left(\frac{P(t)}{\gamma} \right)^2 \right) + A_P \right]$$

- Petrarcas Gefühle:

$$\frac{dP(t)}{dt} = -\alpha_2 P(t) + \beta_2 \left(L(t) + \frac{A_L}{1 + \delta Z(t)} \right)$$

- Petrarcas dichterische Inspiration:

$$\frac{dZ(t)}{dt} = -\alpha_3 Z(t) + \beta_3 P(t)$$

- Dieses Modell beinhaltet alle aus Petrarcas Gedichten erkennbaren dynamischen Gefühlsprozesse

Das Gewichten der Parameter ist anhand der Gedichte möglich, das Festlegen exakter Werte ist allerdings stets willkürlich

- **Gewichtung der Vergesslichkeit (Reaktion auf die eigenen Gefühle)**
 - $\alpha_1 > \alpha_2$, da Laura schneller Petrarca vergisst, als umgekehrt
 - $\alpha_2 > \alpha_3$, da Petrarca's Liebe für die Lyrik am längsten andauert (Er schreibt noch zehn Jahre nach Lauras Tod Gedichte, die allerdings nicht mehr seine Liebe zu ihr zum Thema haben)
- **Gewichtung der Reaktionen auf die Gefühle des Anderen**
 - $\beta_1 < \beta_2$, da Petrarca stärker auf Lauras Gefühle reagiert, als umgekehrt
 - $\beta_2 < \beta_3$, da Petrarca's dichterische Inspiration sehr stark von seinen Gefühlen abhängt
- **Gewichtung der Anziehungskräfte**
 - $A_L > 0, A_p < 0$, da Laura als schöne und bezaubernde Dame beschrieben wird und Petrarca als ein wenig attraktiver Gelehrter
- **Wahl der Skalierungsfaktoren**
 - $\gamma = \delta = 1$, da dies stets durch eine geeignete Skalierung von P(t) bzw. Z(t) möglich ist

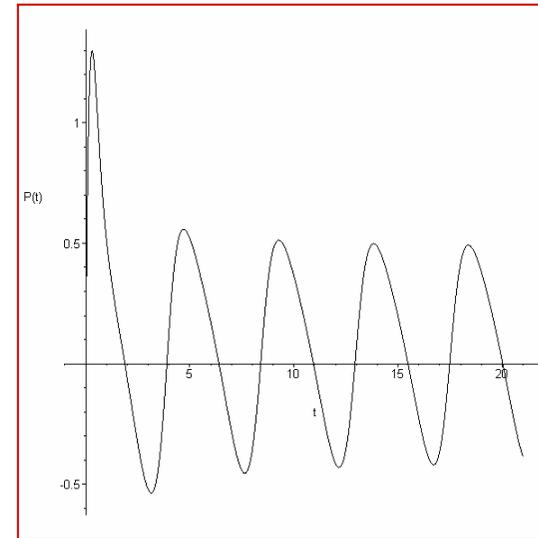
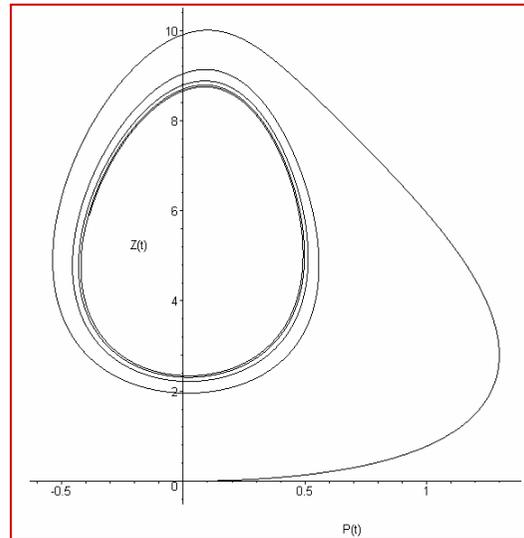
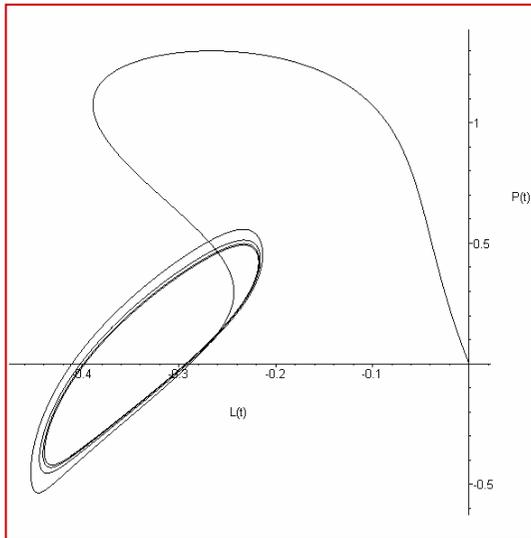
Die getroffene Wahl der Parameter führt zu einem Gefühlskreislauf zwischen Laura und Petrarca

- Die Anfangsbedingungen werden wie folgt gewählt

$$L(0) = 0, P(0) = 0, Z(0) = 0$$

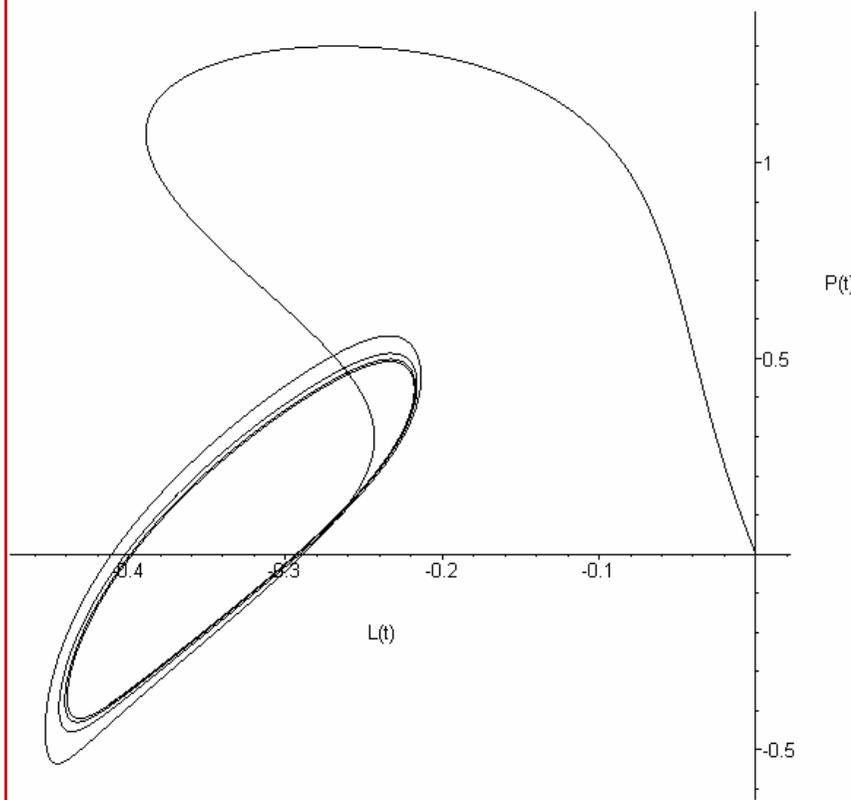
- Die exakten Parameter werden entsprechend der Gewichtungbedingungen willkürliche gewählt, z.B.

$$\alpha_1 = 3, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = 0.1, \beta_1 = 1, \beta_2 = 5, \beta_3 = 10, \gamma = \delta = 1, A_L = 2, A_P = -1$$

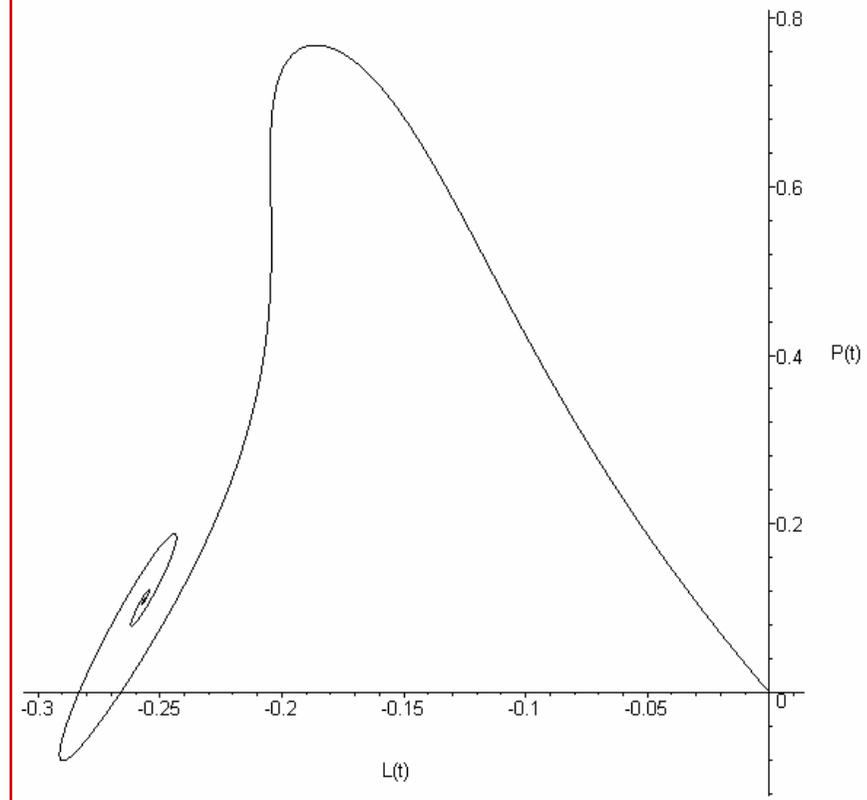


Variationen der Parameter unter Berücksichtigung der Gewichtungsbedingungen können zu einem anderen dynamischen Verhalten führen

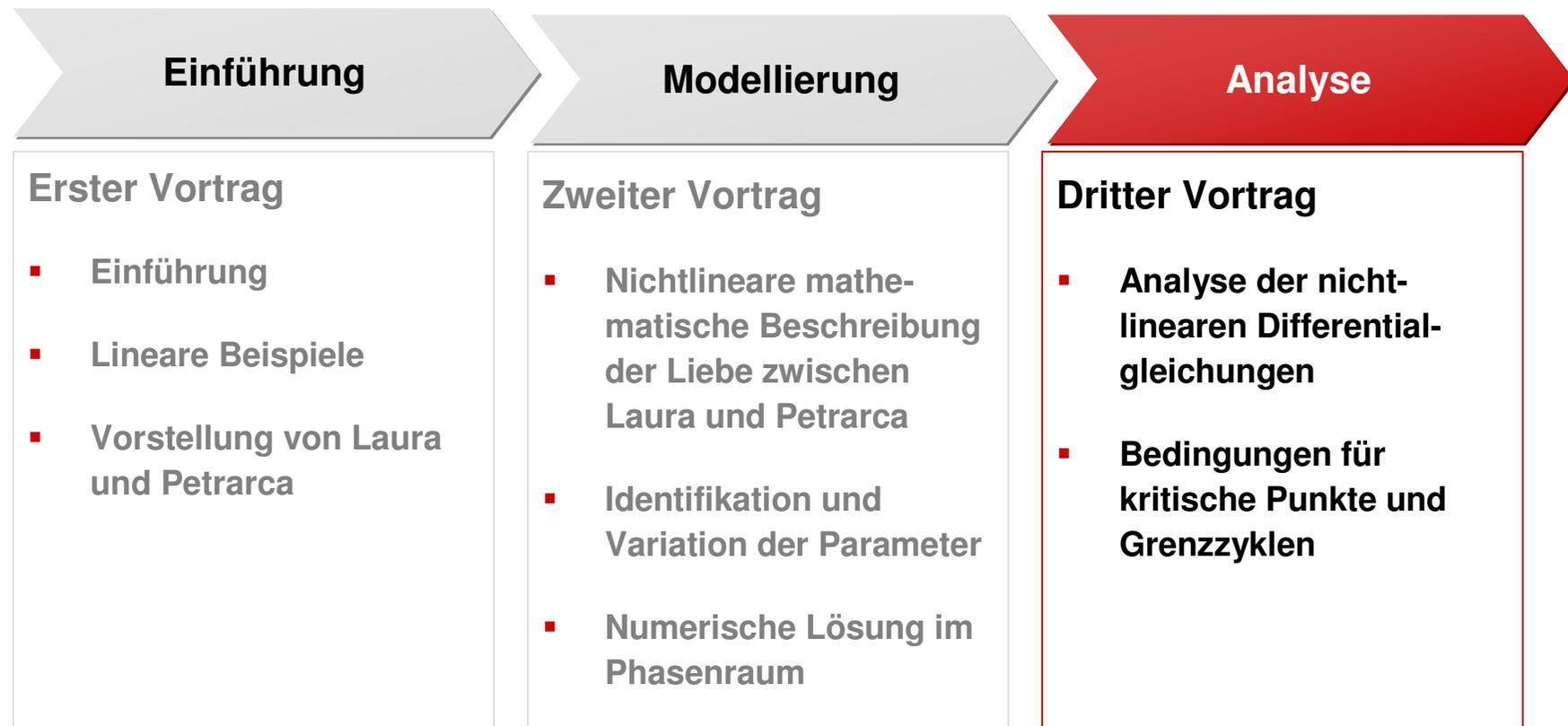
$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = 3 & \alpha_2 = 1 & \alpha_3 = 0.1 \\ \beta_1 = 1 & \beta_2 = 5 & \beta_3 = 10 \\ \gamma = \delta = 1 & A_L = 2 & A_P = -1 \end{array}$$



$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = 4.896 & \alpha_2 = 1.476 & \alpha_3 = 0.2808 \\ \beta_1 = 0.936 & \beta_2 = 4.860 & \beta_3 = 5.760 \\ \gamma = \delta = 1 & A_L = 0.940 & A_P = -1.450 \end{array}$$



Nach einer nichtlinearen mathematischen Formulierung der Liebe zwischen Laura und Petrarca erfolgt im letzten Schritt deren Analyse



Mai Huong Nguyen und Dirk Klindworth

Vielen Dank für Eure Aufmerksamkeit!

Gibt es noch Fragen?