Dynamik eines Verkehrsflusses

Mathematische Modelle zur Beschreibung von Verkehrsflüssen

Mikail Aygar

Seminar WS 07/08

Beschreibung verschiedener mathematischer Modelle

-**mikroskopischen Modell** (jedes Auto einzeln betrachtet)

-**mesoskopische Modell oder kinetische Modell** (statistische Verteilung)

-**makroskopische Modell** (Verkehrsfluss durch Erhaltungssätze)

Wozu diese Modelle?

- Verschiedene Aspekte in unterschiedlichen Zusammenhängen
- Untersuchung des Verkehrsflusses in Einbahnstraßen
- Entstehung von Staus, Auffahrunfällen und Ampeleffekten

=> Optimierung dieser Probleme durch Erhaltungsgleichungen

Das Makroskopische Modell

Dieses Modell löst sich ganz von der Modellierung der Fahrzeuge und stellt anstatt dieser Dichte, Durchschnittsgeschwindigkeit und Geschwindigkeitsvarianz in den Mittelpunkt, deren zeitliche Äderung über Erhaltungssätze beschrieben werden.

Das fluiddynamische Modell von Lighthill, Whitham und Richards

- Ältestes Modell von Lighthill und Whitham
- Parallel Modell von Richards entwickelt
- Modell beruht auf dem Umstand, dass außerhalb von Zu- oder Abfarten keine Fahrzeuge hinzukommen oder verloren gehen (wenn man von Unfällen absieht).
- Diese Erhaltung der Fahrzeugzahl führt auf die Kontinuitätsgleichnung

Verkehrsdichte und –fluß in Gleichgewichtzuständen I

Wir betrachten das Gleichgewicht aller Fahrzeuge mit gleicher Geschwindigkeit und im gleichen Abstand. Die **Verkehrsdichte** ist dabei definiert als die Anzahl der Fahrzeuge in einem Intervall geteilt durch die Länge des Intervalls.

$$p = p(x,t) = \frac{\#\ \text{Fahrzeuge in Umgebung von } x}{\text{Größe der Umgebung}}$$

Verkehrsdichte und –fluß in Gleichgewichtzuständen II

Der **(Durch)Fluß (Verkehrsfluss)** ist wie folgt definiert

v(x,t)=Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t

p(x,t)v(x,t)=Anzahl der Autos, die den Punkt x zum Zeitpunkt t passieren

Insbesondere

p(x1,t)v(x1,t): # der in (x1, x2) einfahrenden Autos / Zeiteinheit
p(x2,t)v(x2,t): # der in (x1, x2) ausfahrenden Autos / Zeiteinheit

Verkehrsdichte und –fluß in Gleichgewichtzuständen III

Da die Straße einspurig ist, folgt: es verschwinden keine Auto

- ➔ Es gilt folgender „Autoanzahlerhaltungsgesetz“:

Verbal: in jedem Abschnitt (x1,x2) der einspurigen Straße muss die zeitliche Änderungsrate der Dichte gleich sein, der Differenz der einfahrenden und ausfahrenden Autos.

Mathematisch:

$$\frac{d}{dt}\int_{x_1}^{x_2}\rho(x,t)dx = \rho(x_1,t)v(x_1,t) - \rho(x_2,t)v(x_2,t)$$

$$\begin{aligned}\int_{t_1}^{t_2}\int_{x_1}^{x_2}\partial_t\rho(x,t)dxdt &= \int_{t_1}^{t_2}(\rho(x_1,t)v(x_1,t) - \rho(x_2,t)v(x_2,t))dxdt \\ &= -\int_{t_1}^{t_2}\int_{x_1}^{x_2}\partial_x(\rho(x,t)v(x,t))dxdt\end{aligned}$$

$$\rho_t + (\rho v)_x = 0, \qquad x\in\mathbb{R},\ t>0$$

Diskussion und Abschluss

Vielen Dank für eure Geduld…