

3. Übungsblatt zur Vorlesung
“Theorie und Numerik hyperbolischer Erhaltungsgleichungen”
(Nichtlineare hyperbolische Systeme: Hugoniot–Locus, Schocks)

1. Aufgabe (4 Punkte)

Bestimmen Sie den Hugoniot–Locus der *Flachwassergleichung*

$$\begin{pmatrix} v \\ \varphi \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} v^2/2 + \varphi \\ v\varphi \end{pmatrix}_x = 0. \quad (1)$$

2. Aufgabe (6 Punkte (2+2+2))

Betrachten Sie die *Flachwassergleichung* (1).

- a) Zeigen Sie, daß eine schwache Lösung des *Riemann–Problems*, die nur aus Schocks besteht, immer existiert, falls $\varphi_l, \varphi_r > 0$ ist. Bestimmen Sie den Zwischenzustand u_m für gegebene Zustände u_l und u_r .
- b) Zeigen Sie, daß beide Felder *echt nichtlinear* sind.
- c) Geben Sie eine physikalische Interpretation der *Entropiebedingung* für dieses System an.

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Di, 18.11. **vor** der Vorlesung.