Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Dr. M. Ehrhardt

Wintersemester 03/04

8. Übungsblatt zur Vorlesung
"Theorie und Numerik hyperbolischer Erhaltungsgleichungen"
(Konservative Verfahren: Approximative Riemann–Löser)

1. Aufgabe (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß das *Lax-Wendroff–Verfahren* zur Lösung von $u_t + au_x = 0$ hergeleitet werden kann, indem man $u(x_j - ak, t_n)$ mittels quadratischer Interpolation an den Punkten U_{j-1}^n, U_j^n, U_{j+1}^n approximiert. Benutzen Sie diese Interpretation, um zu erklären, warum Oszillationen an einer Unstetigkeitsstelle beim Lax-Wendroff–Verfahren, aber nicht beim Upwind oder Lax-Friedrichs auftreten.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Überprüfen Sie, daß bei der numerischen Berechnung der approximativen Riemann–Lösung $\hat{w}(x/t)$ betrachtet als *exakte* Riemann–Lösung einer *modifizierten Erhaltungsgleichung* $\hat{u}_t + \hat{f}(\hat{u})_x = 0$ die resultierende *numerische Flußfunktion* gegeben ist durch

$$F(u_l, u_r) = \hat{f}(\hat{w}(0)) + f(u_r) - \hat{f}(u_r).$$

3. Aufgabe (3 Punkte)

Bestimmen Sie eine *Roe–Matrix* für die *Flachwassergleichung*

$$\begin{pmatrix} v \\ \varphi \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} v^2/2 + \varphi \\ v\varphi \end{pmatrix}_x = 0.$$

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Di, 6.01. **vor** der Vorlesung.

*** Ich wünsche allen Hörern ein frohes Weihnachtsfest ***

*** und einen guten Rutsch ins neue Jahr 2004 ! ***