

4. Übungsblatt zur Vorlesung
“Theorie und Numerik hyperbolischer Erhaltungsgleichungen”
(Nichtlineare Systeme: Verdünnungswellen und Integralkurven)

1. Aufgabe:

Leiten Sie die folgenden Ausdrücke

$$\rho(\xi) = \rho_l e^{(\xi - \xi_l)/a}, \quad (1)$$

$$m(\xi) = \rho_l(\xi - a) e^{(\xi - \xi_l)/a}, \quad (2)$$

also

$$m(\rho) = \rho m_l / \rho_l + a \rho \log(\rho / \rho_l) \quad (3)$$

für 2-Verdünnungswellen im u -Raum der *isothermen Eulergleichungen*

$$\begin{pmatrix} \rho \\ m \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} m \\ m^2/\rho + a^2\rho \end{pmatrix}_x = 0. \quad (4)$$

her. Benutzen Sie dazu

$$r_2(u) = \begin{pmatrix} 1 \\ m/\rho + a \end{pmatrix}, \quad \nabla_u \lambda_2(u) \cdot r_2(u) = a/\rho. \quad (5)$$

2. Aufgabe:

Überprüfen Sie anhand von (3), daß $m'(\rho_l) = \lambda_2(u_l)$ gilt und erklären Sie, warum dies so sein muß.