

5. Übungsblatt zur Vorlesung
“Theorie und Numerik hyperbolischer Erhaltungsgleichungen”
(Numerik linearer Systeme: Stabilität und CFL-Bedingung)

1. Aufgabe:

Programmieren Sie das *Lax-Friedrichs-Schema* angewandt auf das periodische Anfangsrandwertproblem

$$\begin{aligned}u_t(x, t) + u_x(x, t) &= 0, \\u(x, 0) &= \frac{x^2}{2} \left(\frac{x^2}{2} - 1 \right) \quad \text{für } x \in [-1, 1], \\u(1, t) &= u(-1, t) \quad \text{für } t \in [0, \infty).\end{aligned}\tag{1}$$

Untersuchen Sie, was passiert, wenn die CFL-Bedingung verletzt ist. Plotten Sie hierzu die Anfangsverteilung, die Lösung zu den Zeitpunkten $T = 2, 4, \dots$, wenn $\Delta x = \Delta t$ gewählt wird, sowie die Lösung zum Zeitpunkt $T = 4$, wenn man $\Delta t = 1/50$ und $\Delta x = 1/55$ wählt. Kommentieren Sie das Ergebnis.