

7. Übungsblatt zur Vorlesung “Asymptotische Analysis”
(Zusammengesetzte asymptotische Entwicklungen)

1. Aufgabe (2 Punkte)

Ein Modellproblem (Friedrichs, 1942) für eine Grenzschicht in einem viskosen Fluid lautet

$$\varepsilon y'' = a - y', \text{ für } 0 < x < 1,$$

wobei $y(0) = 0$, $y(1) = 1$ und a eine gegebene positive Konstante ist. Bestimmen Sie den ersten Term der inneren und äußeren Entwicklung und leiten Sie eine *zusammengesetzte Entwicklung* der Lösung dieses Problems her.

2. Aufgabe (8 Punkte (2+2+2+2))

Finden Sie die *zusammengesetzte Entwicklung* der Lösung der folgenden Probleme:

- a) $\varepsilon y'' + 2y' + y^3 = 0$, für $0 < x < 1$, wobei $y(0) = 0$, $y(1) = 1/2$.
- b) $\varepsilon y'' = f(x) - y'$, für $0 < x < 1$, wobei $y(0) = 0$, $y(1) = 1$, f stetig.
- c) $\varepsilon y'' + (1 + 2x)y' - 2y = 0$, für $0 < x < 1$, wobei $y(0) = \varepsilon$, $y(1) = \sin(\varepsilon)$.
- d) $\varepsilon y'' + y(y' + 3) = 0$, für $0 < x < 1$, wobei $y(0) = 0$, $y(1) = 1$.

Abgabe der Lösungen zu den theoretischen Aufgaben am Do, 16.12. **vor** der Vorlesung.