

2. Übungsblatt zur VL “Numerik für Informatiker” (Fehlerrechnung, Kondition und Stabilität)

1. Aufgabe (4 Punkte)

Sie wollen die Funktion $f(x) = \sin(x) + 6x^2$ an einer Ihnen unbekanntem Stelle $x \in [a, b] = [1, 2]$ auswerten. Dazu wollen Sie einen Näherungswert $\tilde{x} \in [a, b]$ benutzen.

- Wie groß darf der absolute Fehler von \tilde{x} maximal sein, damit der absolute Fehler von $f(\tilde{x})$ höchstens $e_{abs} = 3$ ist?
- Wie groß darf der relative Fehler von \tilde{x} maximal sein, damit der relative Fehler von $f(\tilde{x})$ höchstens $e_{rel} = 0.1$ ist?

2. Aufgabe (5 Punkte)

Berechnen Sie mit Ihrem Taschenrechner den Ausdruck (das exakte Ergebnis ist 1)

$$x := 4 \cdot 2378^4 - 3363^4 + 2 \cdot 3363^2.$$

- Erklären Sie, warum Sie ein anderes Ergebnis erhalten. Schätzen Sie die Ziffernzahl der in x auftretenden Ausdrücke und daraus den Rundungsfehler. Berücksichtigen Sie dabei die Stellenzahl ihres Taschenrechners und untersuchen Sie die Fortpflanzung des Rundungsfehlers.
- Schreiben Sie den Ausdruck unter Benutzung der binomischen Formeln so um, dass eine Auswertung auch mit Ihrem Taschenrechner das exakte Ergebnis liefert.

3. Aufgabe (6 Punkte)

Betrachten Sie Aufgabe 1 nocheinmal. Diesmal für

$$f(x) = \frac{2 \cdot \ln(x)}{1+x^2}, \quad a = \frac{1}{3}, \quad b = 2, \quad e_{abs} = 10^{-2} \quad \text{und} \quad e_{rel} = 0.01.$$

4. Aufgabe (5 Punkte)

Wahr oder falsch?

- Man sollte bei einer Summe immer die kleineren Summanden zuerst addieren, da dabei die Rechengeschwindigkeit schneller ist.
- Zwei Näherungen an denselben exakten Wert mit demselben absoluten Fehler sind immer identisch.
- Zwei Näherungen an denselben exakten Wert mit demselben absoluten Fehler sind gleich weit vom exakten Wert entfernt.
- Der absolute Fehler einer Näherung ist immer größer oder gleich ihrem relativen Fehler.
- Der absolute Fehler einer Näherung ist immer kleiner oder gleich ihrem relativen Fehler.

Abgabe - in der Vorlesung am 2. November oder

- vorher im Briefkasten zwischen den Räumen MA470, MA471

Besprechung im Tutorium am 5. November