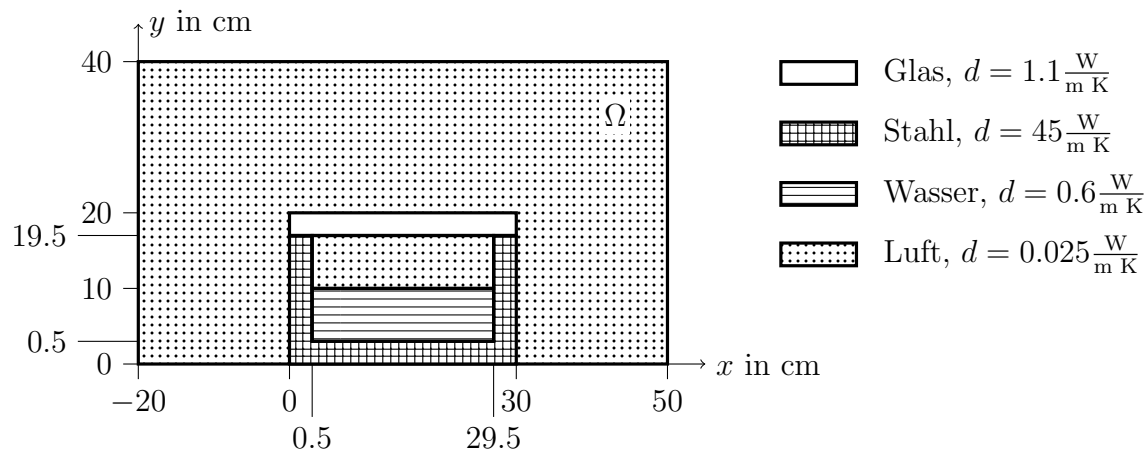


6. Übungsblatt zur Vorlesung “Numerik partieller Differentialgleichungen”
 (Programmieraufgabe zur Poisson-Gleichung)

freiwillige Abgabe der Lösung der praktischen Aufgabe bis Di, 9.6. 8:00.

1. Aufgabe (Praktische Aufgabe) (10 Zusatzpunkte)



Gegeben sei ein 30 cm durchmessender und 20 cm hoher Stahltopf (Wanddicke 0.5 cm) mit Glasdeckel. Dieser stehe zur Hälfte mit Wasser gefüllt auf einer heißen Herdplatte. Wie groß ist die Temperatur des Deckels wenn man den Topf einige Zeit stehen lässt?

Der stationäre Temperaturzustand dieser Anordnung könnte z.B. durch das System

$$\begin{aligned} -d(x,y)\Delta u(x,y) &= 0, & (x,y) \in \Omega \\ u(x,y) &= 600 \text{ K}, & (x,y) \in \Gamma_H \\ u(x,y) &= 300 \text{ K}, & (x,y) \in \partial\Omega \setminus \Gamma_H \end{aligned}$$

mit $\Gamma_H = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0, x \in (0,30)\}$ modelliert werden. Berechnen Sie dessen Lösung numerisch.

In welchem Bereich liegt die Temperatur des Deckels? Führen Sie eine Rechnung ohne Deckel durch. Bewerten Sie das Modell. Legen Sie Plots der Temperaturverteilungen mit und ohne Deckel ihrer Abgabe bei.

Hinweis: Wie Sie das Randwertproblem lösen ist Ihnen freigestellt. Es kommt z.B. eine Weiterentwicklung des Programms von Blatt 5 oder die Lösung mittels einer PDE Toolbox wie der von Matlab oder Comsol in Frage.