

# Der optimale Freiwurf?

Mazlum Dogan & Fuad Göze

15. Februar 2008  
WS 2007/08

Institut für Mathematik  
Technische Universität Berlin



## Vereinfachte Annahmen

- 1 Nur „*nearly nothing but net*“-Würfe zulässig
- 2 kein Luftwiderstand

## Vereinfachte Annahmen

- 1 Nur „*nearly nothing but net*“-Würfe zulässig
- 2 kein Luftwiderstand
- 3 kein Drall (Spin) des Balles

## Vereinfachte Annahmen

- 1 Nur „*nearly nothing but net*“-Würfe zulässig
- 2 kein Luftwiderstand
- 3 kein Drall (Spin) des Balles
- 4 keine seitlichen Fehler in der Flugbahn

## Vereinfachte Annahmen

- 1 Nur „*nearly nothing but net*“-Würfe zulässig
- 2 kein Luftwiderstand
- 3 kein Drall (Spin) des Balles
- 4 keine seitlichen Fehler in der Flugbahn
- 5 kein Fehler in der Abwurfgeschwindigkeit

## Vereinfachte Annahmen

- 1 Nur „*nearly nothing but net*“-Würfe zulässig
- 2 kein Luftwiderstand
- 3 kein Drall (Spin) des Balles
- 4 keine seitlichen Fehler in der Flugbahn
- 5 kein Fehler in der Abwurfgeschwindigkeit
- 6 beste Wurf = Wurf durch die Mitte des Ringes

## Vereinfachte Annahmen

- 1 Nur „*nearly nothing but net*“-Würfe zulässig
- 2 kein Luftwiderstand
- 3 kein Drall (Spin) des Balles
- 4 keine seitlichen Fehler in der Flugbahn
- 5 kein Fehler in der Abwurfgeschwindigkeit
- 6 **beste Wurf = Wurf durch die Mitte des Ringes**
- 7 Werfer ist 2,16 m groß (Shaquile O'neal)

## Vereinfachte Annahmen

- 1 Nur „*nearly nothing but net*“-Würfe zulässig
- 2 kein Luftwiderstand
- 3 kein Drall (Spin) des Balles
- 4 keine seitlichen Fehler in der Flugbahn
- 5 kein Fehler in der Abwurfgeschwindigkeit
- 6 beste Wurf = Wurf durch die Mitte des Ringes
- 7 Werfer ist 2,16 m groß (Shaquile O'neal)



## Vereinfachte Annahmen

- 1 Nur „*nearly nothing but net*“-Würfe zulässig
- 2 kein Luftwiderstand
- 3 kein Drall (Spin) des Balles
- 4 keine seitlichen Fehler in der Flugbahn
- 5 kein Fehler in der Abwurfgeschwindigkeit
- 6 beste Wurf = Wurf durch die Mitte des Ringes
- 7 Werfer ist 2,16 m groß (Shaquile O'neal)

## Nicht-Differenzierbarkeit des Modells

⇒ numerische Methoden notwendig und liefern:

$$\theta_{center}^* = 48,18^\circ$$

$$v_{center}^* = 6,62 \frac{m}{s}$$

## Vereinfachte Annahmen

- 1 Nur „*nearly nothing but net*“-Würfe zulässig
- 2 kein Luftwiderstand
- 3 kein Drall (Spin) des Balles
- 4 keine seitlichen Fehler in der Flugbahn
- 5 kein Fehler in der Abwurfgeschwindigkeit
- 6 beste Wurf = Wurf durch die Mitte des Ringes
- 7 Werfer ist 2,16 m groß (Shaquile O'neal)

## Nicht-Differenzierbarkeit des Modells

⇒ numerische Methoden notwendig und liefern:

$$\theta_{center}^* = 48,18^\circ$$

$$v_{center}^* = 6,62 \frac{m}{s}$$

## Verbesserte Annahmen

- Bewegungsgleichungen und Spielergröße (2,16 m) beibehalten
- kein Luftwiderstand, kein Spin und keine seitlichen Fehler

*aber:* wir lassen die Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  und den Abwurfwinkel  $\theta_0$  unabhängig voneinander zur selben Zeit variieren

## Verbesserte Annahmen

- Bewegungsgleichungen und Spielergröße (2,16 m) beibehalten
- kein Luftwiderstand, kein Spin und keine seitlichen Fehler

*aber:* wir lassen die Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  und den Abwurfwinkel  $\theta_0$  unabhängig voneinander zur selben Zeit variieren

## Erkenntnisse aus der Numerik:

- Annahme (Wurf durch die Mitte) ist nicht optimal
- Wurf hängt vom Individuum und der Art seines Werfens ab

## Verbesserte Annahmen

- Bewegungsgleichungen und Spielergröße (2,16 m) beibehalten
- kein Luftwiderstand, kein Spin und keine seitlichen Fehler

*aber:* wir lassen die Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  und den Abwurfwinkel  $\theta_0$  unabhängig voneinander zur selben Zeit variieren

## Erkenntnisse aus der Numerik:

- Annahme (Wurf durch die Mitte) ist nicht optimal
- Wurf hängt vom Individuum und der Art seines Werfens ab

## Nicht-Differenzierbarkeit des Modells

⇒ wieder numerische Methoden notwendig und liefern gewichtete Optimal-Werte:

$$\theta_{percent}^* \approx 52,37^\circ$$

$$v_{percent}^* \approx 6,7 \frac{m}{s}$$

**Es ist viel wichtiger die richtige Geschwindigkeit zu nutzen**

## Verbesserte Annahmen

- Bewegungsgleichungen und Spielergröße (2,16 m) beibehalten
- kein Luftwiderstand, kein Spin und keine seitlichen Fehler

*aber:* wir lassen die Abwurfgeschwindigkeit  $v_0$  und den Abwurfwinkel  $\theta_0$  unabhängig voneinander zur selben Zeit variieren

## Erkenntnisse aus der Numerik:

- Annahme (Wurf durch die Mitte) ist nicht optimal
- Wurf hängt vom Individuum und der Art seines Werfens ab

## Nicht-Differenzierbarkeit des Modells

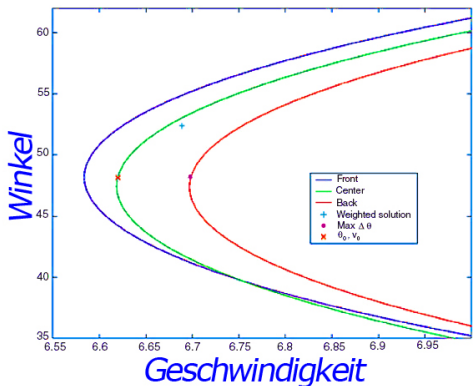
⇒ wieder numerische Methoden notwendig und liefern gewichtete Optimal-Werte:

$$\theta_{percent}^* \approx 52,37^\circ$$

$$v_{percent}^* \approx 6,7 \frac{m}{s}$$

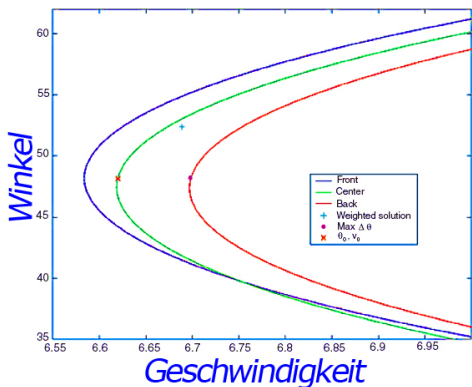
**Es ist viel wichtiger die richtige Geschwindigkeit zu nutzen**

## Modell B - Die beste Flugbahn



- die Flugbahn, die erlaubten Fehler im Winkel maximiert, ist die Flugbahn, die keinen Fehler in Geschwindigkeit erlaubt
- die Flugbahn, die erlaubten Fehler in Geschwindigkeit maximiert, ist die Flugbahn, die keinen Fehler im Winkel erlaubt

## Modell B - Die beste Flugbahn



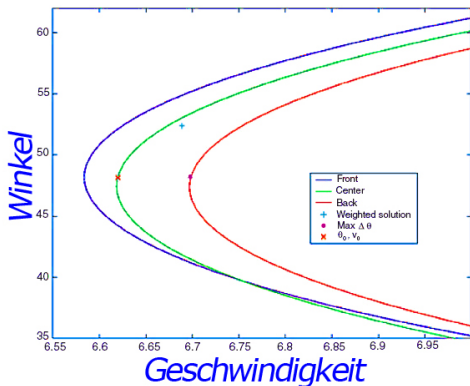
- die Flugbahn, die erlaubten Fehler im Winkel maximiert, ist die Flugbahn, die keinen Fehler in Geschwindigkeit erlaubt
- die Flugbahn, die erlaubten Fehler in Geschwindigkeit maximiert, ist die Flugbahn, die keinen Fehler im Winkel erlaubt

aufgestellte Gleichungen gelten nur einschließlich der Schnittstelle (blaue & grüne Kurve):

Abbildung zeigt, dass zu einem gegebenen niedrigen Winkel, die Geschwindigkeit zu einer front Flugbahn führen würde, bei der der Ball die Ringkante streift bevor er die Mitte des Ringes erreicht



## Modell B - Die beste Flugbahn



- die Flugbahn, die erlaubten Fehler im Winkel maximiert, ist die Flugbahn, die keinen Fehler in Geschwindigkeit erlaubt
- die Flugbahn, die erlaubten Fehler in Geschwindigkeit maximiert, ist die Flugbahn, die keinen Fehler im Winkel erlaubt

aufgestellte Gleichungen gelten nur einschließlich der Schnittstelle (blaue & grüne Kurve):

Abbildung zeigt, dass zu einem gegebenen niedrigen Winkel, die Geschwindigkeit zu einer Flugbahn führen würde, bei der der Ball die Ringkante streift bevor er die Mitte des Ringes erreicht

- durch Luftwiderstand entsteht Reibungskraft:

$$F_{viscous} = kv = 3\pi\mu D_b v$$

- mit Viskosität der Luft:

$$\mu = 1,877 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{ms}$$

- durch Luftwiderstand entsteht Reibungskraft:

$$F_{viscous} = kv = 3\pi\mu D_b v$$

- mit Viskosität der Luft:

$$\mu = 1,877 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{ms}$$

$$\Rightarrow k = 4,16 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{s}$$

- durch Luftwiderstand entsteht Reibungskraft:

$$F_{viscous} = kv = 3\pi\mu D_b v$$

- mit Viskosität der Luft:

$$\mu = 1,877 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{ms}$$

$$\Rightarrow k = 4,16 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{s}$$

- durch Luftwiderstand entsteht Reibungskraft:

$$F_{viscous} = kv = 3\pi\mu D_b v$$

- mit Viskosität der Luft:

$$\mu = 1,877 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{ms}$$

$$\Rightarrow k = 4,16 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{s}$$

### Verbesserte Bewegungsgleichungen durch Newton ( $F = m \cdot a$ )

- horizontale Bewegungsgleichung:

$$(1) \quad m \frac{\partial v_H}{\partial t} = -kv_H$$

- durch Luftwiderstand entsteht Reibungskraft:

$$F_{viscous} = kv = 3\pi\mu D_b v$$

- mit Viskosität der Luft:

$$\mu = 1,877 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{ms}$$

$$\Rightarrow k = 4,16 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{s}$$

### Verbesserte Bewegungsgleichungen durch Newton ( $F = m \cdot a$ )

- horizontale Bewegungsgleichung:

$$(1) \quad m \frac{\partial v_H}{\partial t} = -kv_H$$

- vertikale Bewegungsgleichung:

$$(2) \quad m \frac{\partial v_V}{\partial t} = mg - kv_V$$

- durch Luftwiderstand entsteht Reibungskraft:

$$F_{viscous} = kv = 3\pi\mu D_b v$$

- mit Viskosität der Luft:

$$\mu = 1,877 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{ms}$$

$$\Rightarrow k = 4,16 \cdot 10^{-5} \frac{kg}{s}$$

### Verbesserte Bewegungsgleichungen durch Newton ( $F = m \cdot a$ )

- horizontale Bewegungsgleichung:

$$(1) \quad m \frac{\partial v_H}{\partial t} = -kv_H$$

- vertikale Bewegungsgleichung:

$$(2) \quad m \frac{\partial v_V}{\partial t} = mg - kv_V$$

## Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow \quad m \frac{dv_H}{dt} = -kv_H \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} dt$$



Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow \quad m \frac{dv_H}{dt} = -kv_H \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} dt$$

$$\Leftrightarrow \quad \int \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln v_H = -\frac{k}{m} t + C$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow \quad m \frac{dv_H}{dt} = -k v_H \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} dt$$

$$\Leftrightarrow \quad \int \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln v_H = -\frac{k}{m} t + C$$

Anfangswert:  $v_H(0) = v_0 \cos(\theta_0) =: C$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_H}{dt} = -kv_H \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} dt$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln v_H = -\frac{k}{m} t + C$$

Anfangswert:  $v_H(0) = v_0 \cos(\theta_0) =: C$

$$\Rightarrow v_H = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t}$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_H}{dt} = -kv_H \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} dt$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln v_H = -\frac{k}{m} t + C$$

Anfangswert:  $v_H(0) = v_0 \cos(\theta_0) =: C$

$$\Rightarrow v_H = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} = \frac{dx}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dx = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} dt$$

## Lösung der DGL (1)

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_H}{dt} = -k v_H \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} dt$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln v_H = -\frac{k}{m} t + C$$

Anfangswert:  $v_H(0) = v_0 \cos(\theta_0) =: C$

$$\Rightarrow v_H = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} = \frac{dx}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dx = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} dt$$

$$\Leftrightarrow \int 1 dx = v_0 \cos(\theta_0) \int e^{-\frac{k}{m} t} dt \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} + c$$

## Lösung der DGL (1)

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_H}{dt} = -kv_H \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} dt$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln v_H = -\frac{k}{m} t + C$$

Anfangswert:  $v_H(0) = v_0 \cos(\theta_0) =: C$

$$\Rightarrow v_H = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} = \frac{dx}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dx = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} dt$$

$$\Leftrightarrow \int 1 dx = v_0 \cos(\theta_0) \int e^{-\frac{k}{m} t} dt \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} + c$$

$$x(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = -\frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0) 1 + c \quad \Leftrightarrow \quad c := \frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0)$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_H}{dt} = -kv_H \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} dt$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln v_H = -\frac{k}{m} t + C$$

Anfangswert:  $v_H(0) = v_0 \cos(\theta_0) =: C$

$$\Rightarrow v_H = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} = \frac{dx}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dx = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} dt$$

$$\Leftrightarrow \int 1 dx = v_0 \cos(\theta_0) \int e^{-\frac{k}{m} t} dt \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} + c$$

$$x(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = -\frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0) 1 + c \quad \Leftrightarrow \quad c := \frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0)$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0) (1 - e^{-\frac{k}{m} t})$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_H}{dt} = -kv_H \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} dt$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{v_H} dv_H = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln v_H = -\frac{k}{m} t + C$$

Anfangswert:  $v_H(0) = v_0 \cos(\theta_0) =: C$

$$\Rightarrow v_H = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} = \frac{dx}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad dx = v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} dt$$

$$\Leftrightarrow \int 1 dx = v_0 \cos(\theta_0) \int e^{-\frac{k}{m} t} dt \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0) e^{-\frac{k}{m} t} + c$$

$$x(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad 0 = -\frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0) 1 + c \quad \Leftrightarrow \quad c := \frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0)$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{m}{k} v_0 \cos(\theta_0) (1 - e^{-\frac{k}{m} t})$$



Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_V}{dt} = mg - kv_V \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{m}{k} \frac{dv_V}{dt} = v_V - \frac{mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{(v_V - \frac{mg}{k})} dv_V = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(v_V - \frac{mg}{k}) = -\frac{k}{m} t + C$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_V}{dt} = mg - kv_V \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{m}{k} \frac{dv_V}{dt} = v_V - \frac{mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{(v_V - \frac{mg}{k})} dv_V = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(v_V - \frac{mg}{k}) = -\frac{k}{m}t + C$$

Anfangswert:  $v_V(0) = v_0 \sin(\theta_0) \Rightarrow C := v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_V}{dt} = mg - kv_V \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{m}{k} \frac{dv_V}{dt} = v_V - \frac{mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{(v_V - \frac{mg}{k})} dv_V = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(v_V - \frac{mg}{k}) = -\frac{k}{m}t + C$$

Anfangswert:  $v_V(0) = v_0 \sin(\theta_0) \Rightarrow C := v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}$

$$\Rightarrow v_V = \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t}$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_V}{dt} = mg - kv_V \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{m}{k} \frac{dv_V}{dt} = v_V - \frac{mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{(v_V - \frac{mg}{k})} dv_V = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(v_V - \frac{mg}{k}) = -\frac{k}{m}t + C$$

Anfangswert:  $v_V(0) = v_0 \sin(\theta_0) \Rightarrow C := v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}$

$$\Rightarrow v_V = \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} = \frac{dy}{dt}$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_V}{dt} = mg - kv_V \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{m}{k} \frac{dv_V}{dt} = v_V - \frac{mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{(v_V - \frac{mg}{k})} dv_V = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(v_V - \frac{mg}{k}) = -\frac{k}{m}t + C$$

Anfangswert:  $v_V(0) = v_0 \sin(\theta_0) \Rightarrow C := v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}$

$$\Rightarrow v_V = \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} = \frac{dy}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \int 1 dy = \int \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} dt$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_V}{dt} = mg - kv_V \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{m}{k} \frac{dv_V}{dt} = v_V - \frac{mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{(v_V - \frac{mg}{k})} dv_V = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(v_V - \frac{mg}{k}) = -\frac{k}{m} t + C$$

Anfangswert:  $v_V(0) = v_0 \sin(\theta_0) \Rightarrow C := v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}$

$$\Rightarrow v_V = \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}) e^{-\frac{k}{m} t} = \frac{dy}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \int 1 dy = \int \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}) e^{-\frac{k}{m} t} dt$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{mg}{k} t - \frac{m}{k} (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}) e^{-\frac{k}{m} t} + c$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_V}{dt} = mg - kv_V \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{m}{k} \frac{dv_V}{dt} = v_V - \frac{mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{(v_V - \frac{mg}{k})} dv_V = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(v_V - \frac{mg}{k}) = -\frac{k}{m}t + C$$

Anfangswert:  $v_V(0) = v_0 \sin(\theta_0) \Rightarrow C := v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}$

$$\Rightarrow v_V = \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} = \frac{dy}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \int 1 dy = \int \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} dt$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{mg}{k}t - \frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} + c$$

$$y(0) = 0 = -\frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}) + c \quad \Leftrightarrow \quad c := \frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})$$

Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_V}{dt} = mg - kv_V \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{m}{k} \frac{dv_V}{dt} = v_V - \frac{mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{(v_V - \frac{mg}{k})} dv_V = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(v_V - \frac{mg}{k}) = -\frac{k}{m}t + C$$

Anfangswert:  $v_V(0) = v_0 \sin(\theta_0) \Rightarrow C := v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}$

$$\Rightarrow v_V = \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} = \frac{dy}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \int 1 dy = \int \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} dt$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{mg}{k}t - \frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} + c$$

$$y(0) = 0 = -\frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}) + c \quad \Leftrightarrow \quad c := \frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{mg}{k}t + \frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})(1 - e^{-\frac{k}{m}t})$$



Lösen durch Verfahren aus DGL I:

$$\Rightarrow m \frac{dv_V}{dt} = mg - kv_V \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{m}{k} \frac{dv_V}{dt} = v_V - \frac{mg}{k}$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{1}{(v_V - \frac{mg}{k})} dv_V = -\frac{k}{m} \int 1 dt \quad \Leftrightarrow \quad \ln(v_V - \frac{mg}{k}) = -\frac{k}{m}t + C$$

Anfangswert:  $v_V(0) = v_0 \sin(\theta_0) \Rightarrow C := v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}$

$$\Rightarrow v_V = \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} = \frac{dy}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \int 1 dy = \int \frac{mg}{k} + (v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} dt$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{mg}{k}t - \frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})e^{-\frac{k}{m}t} + c$$

$$y(0) = 0 = -\frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k}) + c \quad \Leftrightarrow \quad c := \frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{mg}{k}t + \frac{m}{k}(v_0 \sin(\theta_0) - \frac{mg}{k})(1 - e^{-\frac{k}{m}t})$$

## optimale Flugbahn für Spieler mit untersch. Größe

Größe	Abwurfwinkel	Abwurfgeschw.	max. Error $\theta_0$	max. Error $v_0$
1.52 m	56.64°	7.34 m/s	2.08°	0.0538 m/s
1.55 m	56.47°	7.32 m/s	2.09°	0.0542 m/s
1.57 m	56.31°	7.29 m/s	2.11°	0.0547 m/s
1.60 m	56.14°	7.26 m/s	2.13°	0.0551 m/s
1.63 m	55.97°	7.24 m/s	2.15°	0.0555 m/s
1.65 m	55.80°	7.21 m/s	2.17°	0.0560 m/s
1.68 m	55.63°	7.18 m/s	2.18°	0.0564 m/s
1.70 m	55.45°	7.16 m/s	2.20°	0.0568 m/s
1.73 m	55.28°	7.13 m/s	2.22°	0.0573 m/s
1.75 m	55.11°	7.10 m/s	2.24°	0.0577 m/s
1.78 m	54.94°	7.08 m/s	2.26°	0.0581 m/s
1.80 m	54.77°	7.05 m/s	2.27°	0.0585 m/s
1.83 m	54.60°	7.02 m/s	2.29°	0.0590 m/s
1.85 m	54.43°	7.00 m/s	2.31°	0.0594 m/s
1.88 m	54.25°	6.97 m/s	2.33°	0.0598 m/s
1.91 m	54.08°	6.95 m/s	2.35°	0.0602 m/s
1.93 m	53.91°	6.92 m/s	2.36°	0.0607 m/s
1.96 m	53.74°	6.89 m/s	2.38°	0.0611 m/s
1.98 m	53.57°	6.87 m/s	2.40°	0.0615 m/s
2.01 m	53.40°	6.84 m/s	2.42°	0.0619 m/s
2.03 m	53.22°	6.82 m/s	2.43°	0.0623 m/s
2.06 m	53.05°	6.79 m/s	2.45°	0.0627 m/s
2.08 m	52.88°	6.76 m/s	2.47°	0.0632 m/s
2.11 m	52.71°	6.74 m/s	2.49°	0.0636 m/s
2.13 m	52.54°	6.71 m/s	2.50°	0.0640 m/s
2.16 m	52.37°	6.69 m/s	2.52°	0.0644 m/s
2.18 m	52.20°	6.66 m/s	2.54°	0.0648 m/s
2.21 m	52.02°	6.64 m/s	2.55°	0.0652 m/s

- Luftwiderstand spielt eine sehr kleine Rolle

## optimale Flugbahn für Spieler mit untersch. Größe

Größe	Abwurfwinkel	Abwurfgeschw.	max. Error $\theta_0$	max. Error $v_0$
1.52 m	56.64°	7.34 m/s	2.08°	0.0538 m/s
1.55 m	56.47°	7.32 m/s	2.09°	0.0542 m/s
1.57 m	56.31°	7.29 m/s	2.11°	0.0547 m/s
1.60 m	56.14°	7.26 m/s	2.13°	0.0551 m/s
1.63 m	55.97°	7.24 m/s	2.15°	0.0555 m/s
1.65 m	55.80°	7.21 m/s	2.17°	0.0560 m/s
1.68 m	55.63°	7.18 m/s	2.18°	0.0564 m/s
1.70 m	55.45°	7.16 m/s	2.20°	0.0568 m/s
1.73 m	55.28°	7.13 m/s	2.22°	0.0573 m/s
1.75 m	55.11°	7.10 m/s	2.24°	0.0577 m/s
1.78 m	54.94°	7.08 m/s	2.26°	0.0581 m/s
1.80 m	54.77°	7.05 m/s	2.27°	0.0585 m/s
1.83 m	54.60°	7.02 m/s	2.29°	0.0590 m/s
1.85 m	54.43°	7.00 m/s	2.31°	0.0594 m/s
1.88 m	54.25°	6.97 m/s	2.33°	0.0598 m/s
1.91 m	54.08°	6.95 m/s	2.35°	0.0602 m/s
1.93 m	53.91°	6.92 m/s	2.36°	0.0607 m/s
1.96 m	53.74°	6.89 m/s	2.38°	0.0611 m/s
1.98 m	53.57°	6.87 m/s	2.40°	0.0615 m/s
2.01 m	53.40°	6.84 m/s	2.42°	0.0619 m/s
2.03 m	53.22°	6.82 m/s	2.43°	0.0623 m/s
2.06 m	53.05°	6.79 m/s	2.45°	0.0627 m/s
2.08 m	52.88°	6.76 m/s	2.47°	0.0632 m/s
2.11 m	52.71°	6.74 m/s	2.49°	0.0636 m/s
2.13 m	52.54°	6.71 m/s	2.50°	0.0640 m/s
2.16 m	52.37°	6.69 m/s	2.52°	0.0644 m/s
2.18 m	52.20°	6.66 m/s	2.54°	0.0648 m/s
2.21 m	52.02°	6.64 m/s	2.55°	0.0652 m/s

- Luftwiderstand spielt eine sehr kleine Rolle
- optimale Anfangsgeschw. steigert sich um ca. 0,0381 cm/s für unseren 2,16 m großen Spieler

## optimale Flugbahn für Spieler mit untersch. Größe

Größe	Abwurfwinkel	Abwurfgeschw.	max. Error $\theta_0$	max. Error $v_0$
1.52 m	56.64°	7.34 m/s	2.08°	0.0538 m/s
1.55 m	56.47°	7.32 m/s	2.09°	0.0542 m/s
1.57 m	56.31°	7.29 m/s	2.11°	0.0547 m/s
1.60 m	56.14°	7.26 m/s	2.13°	0.0551 m/s
1.63 m	55.97°	7.24 m/s	2.15°	0.0555 m/s
1.65 m	55.80°	7.21 m/s	2.17°	0.0560 m/s
1.68 m	55.63°	7.18 m/s	2.18°	0.0564 m/s
1.70 m	55.45°	7.16 m/s	2.20°	0.0568 m/s
1.73 m	55.28°	7.13 m/s	2.22°	0.0573 m/s
1.75 m	55.11°	7.10 m/s	2.24°	0.0577 m/s
1.78 m	54.94°	7.08 m/s	2.26°	0.0581 m/s
1.80 m	54.77°	7.05 m/s	2.27°	0.0585 m/s
1.83 m	54.60°	7.02 m/s	2.29°	0.0590 m/s
1.85 m	54.43°	7.00 m/s	2.31°	0.0594 m/s
1.88 m	54.25°	6.97 m/s	2.33°	0.0598 m/s
1.91 m	54.08°	6.95 m/s	2.35°	0.0602 m/s
1.93 m	53.91°	6.92 m/s	2.36°	0.0607 m/s
1.96 m	53.74°	6.89 m/s	2.38°	0.0611 m/s
1.98 m	53.57°	6.87 m/s	2.40°	0.0615 m/s
2.01 m	53.40°	6.84 m/s	2.42°	0.0619 m/s
2.03 m	53.22°	6.82 m/s	2.43°	0.0623 m/s
2.06 m	53.05°	6.79 m/s	2.45°	0.0627 m/s
2.08 m	52.88°	6.76 m/s	2.47°	0.0632 m/s
2.11 m	52.71°	6.74 m/s	2.49°	0.0636 m/s
2.13 m	52.54°	6.71 m/s	2.50°	0.0640 m/s
2.16 m	52.37°	6.69 m/s	2.52°	0.0644 m/s
2.18 m	52.20°	6.66 m/s	2.54°	0.0648 m/s
2.21 m	52.02°	6.64 m/s	2.55°	0.0652 m/s

- Luftwiderstand spielt eine sehr kleine Rolle
- optimale Anfangsgeschw. steigert sich um ca. 0,0381 cm/s für unseren 2,16 m großen Spieler
- max. Fehler im Winkel und in der Geschwindigkeit monoton zur Spielergröße steigend

## optimale Flugbahn für Spieler mit untersch. Größe

Größe	Abwurfwinkel	Abwurfgeschw.	max. Error $\theta_0$	max. Error $v_0$
1.52 m	56.64°	7.34 m/s	2.08°	0.0538 m/s
1.55 m	56.47°	7.32 m/s	2.09°	0.0542 m/s
1.57 m	56.31°	7.29 m/s	2.11°	0.0547 m/s
1.60 m	56.14°	7.26 m/s	2.13°	0.0551 m/s
1.63 m	55.97°	7.24 m/s	2.15°	0.0555 m/s
1.65 m	55.80°	7.21 m/s	2.17°	0.0560 m/s
1.68 m	55.63°	7.18 m/s	2.18°	0.0564 m/s
1.70 m	55.45°	7.16 m/s	2.20°	0.0568 m/s
1.73 m	55.28°	7.13 m/s	2.22°	0.0573 m/s
1.75 m	55.11°	7.10 m/s	2.24°	0.0577 m/s
1.78 m	54.94°	7.08 m/s	2.26°	0.0581 m/s
1.80 m	54.77°	7.05 m/s	2.27°	0.0585 m/s
1.83 m	54.60°	7.02 m/s	2.29°	0.0590 m/s
1.85 m	54.43°	7.00 m/s	2.31°	0.0594 m/s
1.88 m	54.25°	6.97 m/s	2.33°	0.0598 m/s
1.91 m	54.08°	6.95 m/s	2.35°	0.0602 m/s
1.93 m	53.91°	6.92 m/s	2.36°	0.0607 m/s
1.96 m	53.74°	6.89 m/s	2.38°	0.0611 m/s
1.98 m	53.57°	6.87 m/s	2.40°	0.0615 m/s
2.01 m	53.40°	6.84 m/s	2.42°	0.0619 m/s
2.03 m	53.22°	6.82 m/s	2.43°	0.0623 m/s
2.06 m	53.05°	6.79 m/s	2.45°	0.0627 m/s
2.08 m	52.88°	6.76 m/s	2.47°	0.0632 m/s
2.11 m	52.71°	6.74 m/s	2.49°	0.0636 m/s
2.13 m	52.54°	6.71 m/s	2.50°	0.0640 m/s
2.16 m	52.37°	6.69 m/s	2.52°	0.0644 m/s
2.18 m	52.20°	6.66 m/s	2.54°	0.0648 m/s
2.21 m	52.02°	6.64 m/s	2.55°	0.0652 m/s

- Luftwiderstand spielt eine sehr kleine Rolle
- optimale Anfangsgeschw. steigert sich um ca. 0,0381 cm/s für unseren 2,16 m großen Spieler
- max. Fehler im Winkel und in der Geschwindigkeit monoton zur Spielergröße steigend

⇒ große Spieler müssten die besseren Freiwurf-Schützen sein

optimale Flugbahn für Spieler mit untersch. Größe

Größe	Abwurfwinkel	Abwurfgeschw.	max. Error $\theta_0$	max. Error $v_0$
1.52 m	56.64°	7.34 m/s	2.08°	0.0538 m/s
1.55 m	56.47°	7.32 m/s	2.09°	0.0542 m/s
1.57 m	56.31°	7.29 m/s	2.11°	0.0547 m/s
1.60 m	56.14°	7.26 m/s	2.13°	0.0551 m/s
1.63 m	55.97°	7.24 m/s	2.15°	0.0555 m/s
1.65 m	55.80°	7.21 m/s	2.17°	0.0560 m/s
1.68 m	55.63°	7.18 m/s	2.18°	0.0564 m/s
1.70 m	55.45°	7.16 m/s	2.20°	0.0568 m/s
1.73 m	55.28°	7.13 m/s	2.22°	0.0573 m/s
1.75 m	55.11°	7.10 m/s	2.24°	0.0577 m/s
1.78 m	54.94°	7.08 m/s	2.26°	0.0581 m/s
1.80 m	54.77°	7.05 m/s	2.27°	0.0585 m/s
1.83 m	54.60°	7.02 m/s	2.29°	0.0590 m/s
1.85 m	54.43°	7.00 m/s	2.31°	0.0594 m/s
1.88 m	54.25°	6.97 m/s	2.33°	0.0598 m/s
1.91 m	54.08°	6.95 m/s	2.35°	0.0602 m/s
1.93 m	53.91°	6.92 m/s	2.36°	0.0607 m/s
1.96 m	53.74°	6.89 m/s	2.38°	0.0611 m/s
1.98 m	53.57°	6.87 m/s	2.40°	0.0615 m/s
2.01 m	53.40°	6.84 m/s	2.42°	0.0619 m/s
2.03 m	53.22°	6.82 m/s	2.43°	0.0623 m/s
2.06 m	53.05°	6.79 m/s	2.45°	0.0627 m/s
2.08 m	52.88°	6.76 m/s	2.47°	0.0632 m/s
2.11 m	52.71°	6.74 m/s	2.49°	0.0636 m/s
2.13 m	52.54°	6.71 m/s	2.50°	0.0640 m/s
2.16 m	52.37°	6.69 m/s	2.52°	0.0644 m/s
2.18 m	52.20°	6.66 m/s	2.54°	0.0648 m/s
2.21 m	52.02°	6.64 m/s	2.55°	0.0652 m/s

- Luftwiderstand spielt eine sehr kleine Rolle
- optimale Anfangsgeschw. steigert sich um ca. 0,0381 cm/s für unseren 2,16 m großen Spieler
- max. Fehler im Winkel und in der Geschwindigkeit monoton zur Spielergröße steigend

⇒ große Spieler müssten die besseren Freiwurf-Schützen sein

⇒ Mitte nicht optimal

optimale Flugbahn für Spieler mit untersch. Größe

Größe	Abwurfwinkel	Abwurfgeschw.	max. Error $\theta_0$	max. Error $v_0$
1.52 m	56.64°	7.34 m/s	2.08°	0.0538 m/s
1.55 m	56.47°	7.32 m/s	2.09°	0.0542 m/s
1.57 m	56.31°	7.29 m/s	2.11°	0.0547 m/s
1.60 m	56.14°	7.26 m/s	2.13°	0.0551 m/s
1.63 m	55.97°	7.24 m/s	2.15°	0.0555 m/s
1.65 m	55.80°	7.21 m/s	2.17°	0.0560 m/s
1.68 m	55.63°	7.18 m/s	2.18°	0.0564 m/s
1.70 m	55.45°	7.16 m/s	2.20°	0.0568 m/s
1.73 m	55.28°	7.13 m/s	2.22°	0.0573 m/s
1.75 m	55.11°	7.10 m/s	2.24°	0.0577 m/s
1.78 m	54.94°	7.08 m/s	2.26°	0.0581 m/s
1.80 m	54.77°	7.05 m/s	2.27°	0.0585 m/s
1.83 m	54.60°	7.02 m/s	2.29°	0.0590 m/s
1.85 m	54.43°	7.00 m/s	2.31°	0.0594 m/s
1.88 m	54.25°	6.97 m/s	2.33°	0.0598 m/s
1.91 m	54.08°	6.95 m/s	2.35°	0.0602 m/s
1.93 m	53.91°	6.92 m/s	2.36°	0.0607 m/s
1.96 m	53.74°	6.89 m/s	2.38°	0.0611 m/s
1.98 m	53.57°	6.87 m/s	2.40°	0.0615 m/s
2.01 m	53.40°	6.84 m/s	2.42°	0.0619 m/s
2.03 m	53.22°	6.82 m/s	2.43°	0.0623 m/s
2.06 m	53.05°	6.79 m/s	2.45°	0.0627 m/s
2.08 m	52.88°	6.76 m/s	2.47°	0.0632 m/s
2.11 m	52.71°	6.74 m/s	2.49°	0.0636 m/s
2.13 m	52.54°	6.71 m/s	2.50°	0.0640 m/s
2.16 m	52.37°	6.69 m/s	2.52°	0.0644 m/s
2.18 m	52.20°	6.66 m/s	2.54°	0.0648 m/s
2.21 m	52.02°	6.64 m/s	2.55°	0.0652 m/s

- Luftwiderstand spielt eine sehr kleine Rolle
- optimale Anfangsgeschw. steigert sich um ca. 0,0381 cm/s für unseren 2,16 m großen Spieler
- max. Fehler im Winkel und in der Geschwindigkeit monoton zur Spielergröße steigend

⇒ große Spieler müssten die besseren Freiwurf-Schützen sein

⇒ Mitte nicht optimal

⇒ kleine Spieler sollten näher zur Hinterkante werfen

## optimale Flugbahn für Spieler mit untersch. Größe

Größe	Abwurfwinkel	Abwurfgeschw.	max. Error $\theta_0$	max. Error $v_0$
1.52 m	56.64°	7.34 m/s	2.08°	0.0538 m/s
1.55 m	56.47°	7.32 m/s	2.09°	0.0542 m/s
1.57 m	56.31°	7.29 m/s	2.11°	0.0547 m/s
1.60 m	56.14°	7.26 m/s	2.13°	0.0551 m/s
1.63 m	55.97°	7.24 m/s	2.15°	0.0555 m/s
1.65 m	55.80°	7.21 m/s	2.17°	0.0560 m/s
1.68 m	55.63°	7.18 m/s	2.18°	0.0564 m/s
1.70 m	55.45°	7.16 m/s	2.20°	0.0568 m/s
1.73 m	55.28°	7.13 m/s	2.22°	0.0573 m/s
1.75 m	55.11°	7.10 m/s	2.24°	0.0577 m/s
1.78 m	54.94°	7.08 m/s	2.26°	0.0581 m/s
1.80 m	54.77°	7.05 m/s	2.27°	0.0585 m/s
1.83 m	54.60°	7.02 m/s	2.29°	0.0590 m/s
1.85 m	54.43°	7.00 m/s	2.31°	0.0594 m/s
1.88 m	54.25°	6.97 m/s	2.33°	0.0598 m/s
1.91 m	54.08°	6.95 m/s	2.35°	0.0602 m/s
1.93 m	53.91°	6.92 m/s	2.36°	0.0607 m/s
1.96 m	53.74°	6.89 m/s	2.38°	0.0611 m/s
1.98 m	53.57°	6.87 m/s	2.40°	0.0615 m/s
2.01 m	53.40°	6.84 m/s	2.42°	0.0619 m/s
2.03 m	53.22°	6.82 m/s	2.43°	0.0623 m/s
2.06 m	53.05°	6.79 m/s	2.45°	0.0627 m/s
2.08 m	52.88°	6.76 m/s	2.47°	0.0632 m/s
2.11 m	52.71°	6.74 m/s	2.49°	0.0636 m/s
2.13 m	52.54°	6.71 m/s	2.50°	0.0640 m/s
2.16 m	52.37°	6.69 m/s	2.52°	0.0644 m/s
2.18 m	52.20°	6.66 m/s	2.54°	0.0648 m/s
2.21 m	52.02°	6.64 m/s	2.55°	0.0652 m/s

- Luftwiderstand spielt eine sehr kleine Rolle
- optimale Anfangsgeschw. steigert sich um ca. 0,0381 cm/s für unseren 2,16 m großen Spieler
- max. Fehler im Winkel und in der Geschwindigkeit monoton zur Spielergröße steigend

⇒ große Spieler müssten die besseren Freiwurf-Schützen sein

⇒ Mitte nicht optimal

⇒ kleine Spieler sollten näher zur Hinterkante werfen



## Vergleich zu realen Gegebenheiten

- unser Modell gibt max. Fehler im Abwurfwinkel und der Abwurfgeschwindigkeit, **aber** können Basketballspieler genauso werfen, wie es unser Modell verlangt?
- größere Spieler müssten besser werfen als kleinere Spieler, **aber**  $\Rightarrow$  in Wirklichkeit scheint das Gegenteil der Fall

## Zusammenfassung des Modells

- ① größere Spieler sind die besseren Freiwurf-Schützen, weil sie mehr Fehlerfreiraum haben!

## Vergleich zu realen Gegebenheiten

- unser Modell gibt max. Fehler im Abwurfwinkel und der Abwurfgeschwindigkeit, **aber** können Basketballspieler genauso werfen, wie es unser Modell verlangt?
- größere Spieler müssten besser werfen als kleinere Spieler, **aber**  $\Rightarrow$  in Wirklichkeit scheint das Gegenteil der Fall

## Zusammenfassung des Modells

- ① größere Spieler sind die besseren Freiwurf-Schützen, weil sie mehr Fehlerfreiraum haben!
- ② kleinere Spieler sollten größeren Winkel wählen, weil sie größeren vertikalen Weg haben!

## Vergleich zu realen Gegebenheiten

- unser Modell gibt max. Fehler im Abwurfwinkel und der Abwurfgeschwindigkeit, **aber** können Basketballspieler genauso werfen, wie es unser Modell verlangt?
- größere Spieler müssten besser werfen als kleinere Spieler, **aber**  $\Rightarrow$  in Wirklichkeit scheint das Gegenteil der Fall

## Zusammenfassung des Modells

- ① größere Spieler sind die besseren Freiwurf-Schützen, weil sie mehr Fehlerfreiraum haben!
- ② kleinere Spieler sollten größeren Winkel wählen, weil sie größeren vertikalen Weg haben!
- ③ Flugbahn mit maximal, zulässigen Fehler passiert zwischen Korbmitte und der Hinterkante des Ringes!

## Vergleich zu realen Gegebenheiten

- unser Modell gibt max. Fehler im Abwurfwinkel und der Abwurfgeschwindigkeit, **aber** können Basketballspieler genauso werfen, wie es unser Modell verlangt?
- größere Spieler müssten besser werfen als kleinere Spieler, **aber**  $\Rightarrow$  in Wirklichkeit scheint das Gegenteil der Fall

## Zusammenfassung des Modells

- ① größere Spieler sind die besseren Freiwurf-Schützen, weil sie mehr Fehlerfreiraum haben!
- ② kleinere Spieler sollten größeren Winkel wählen, weil sie größeren vertikalen Weg haben!
- ③ Flugbahn mit maximal, zulässigen Fehler passiert zwischen Korbmitte und der Hinterkante des Ringes!
- ④ richtige Abwurfgeschwindigkeit viel wichtiger als Winkel!

## Vergleich zu realen Gegebenheiten

- unser Modell gibt max. Fehler im Abwurfwinkel und der Abwurfgeschwindigkeit, **aber** können Basketballspieler genauso werfen, wie es unser Modell verlangt?
- größere Spieler müssten besser werfen als kleinere Spieler, **aber**  $\Rightarrow$  in Wirklichkeit scheint das Gegenteil der Fall

## Zusammenfassung des Modells

- ➊ größere Spieler sind die besseren Freiwurf-Schützen, weil sie mehr Fehlerfreiraum haben!
- ➋ kleinere Spieler sollten größeren Winkel wählen, weil sie größeren vertikalen Weg haben!
- ➌ Flugbahn mit maximal, zulässigen Fehler passiert zwischen Korbmitte und der Hinterkante des Ringes!
- ➍ richtige Abwurfgeschwindigkeit viel wichtiger als Winkel!

## nicht-mathematische Betrachtung zum Verbessern des Freiwurfs:

Sportpsychologen und Wissenschaftler versuchen Techniken zu finden, welche die sportliche Leistungsfähigkeit verbessert

- mentales Training
- Selbstbewusstsein
- Feedback
- Vorwurf-Routine

## nicht-mathematische Betrachtung zum Verbessern des Freiwurfs:

Sportpsychologen und Wissenschaftler versuchen Techniken zu finden, welche die sportliche Leistungsfähigkeit verbessert

- mentales Training
- Selbstbewusstsein
- Feedback
- Vorwurf-Routine

⇒ Basketballspieler sollten selbstsicher an die Freiwurflinie gehen und selbst für sich ein Schema entwickeln, wobei sie sich nur auf den Wurf konzentrieren, dabei kann das Dribbeln mit dem Ball und die Unterstützung der Zuschauer eine Hilfe sein

## nicht-mathematische Betrachtung zum Verbessern des Freiwurfs:

Sportpsychologen und Wissenschaftler versuchen Techniken zu finden, welche die sportliche Leistungsfähigkeit verbessert

- mentales Training
- Selbstbewusstsein
- Feedback
- Vorwurf-Routine

⇒ Basketballspieler sollten selbstsicher an die Freiwurflinie gehen und selbst für sich ein Schema entwickeln, wobei sie sich nur auf den Wurf konzentrieren, dabei kann das Dribbeln mit dem Ball und die Unterstützung der Zuschauer eine Hilfe sein



# Vielen Dank...

... für Eure Aufmerksamkeit.

... noch irgendwelche Fragen?